
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

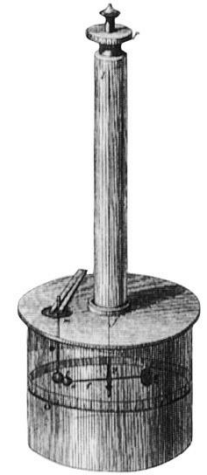


Figura 21.05 Tipler, 5^a ed.

2.1 Introducció

2.2 Llei de Coulomb

2.3 Camp elèctric. Divergència i rotor del camp electrostàtic

2.4 Teorema de Gauss

2.5 El potencial electrostàtic

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

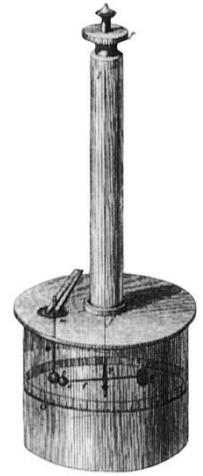


Figura 21.05 Tipler, 5ª ed.

BIBLIOGRAFIA

- Griffiths: Tema 2
- Reitz Milford: Tema 2 i 3
- Univ. Sevilla Tema 2
- Pomer Tema 2

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.1. Introducció

Electrostàtica

- → les distribucions estàtiques de càrrega que no depenen del temps

- Punt de partida: llei de Coulomb $\vec{F} = f\left(\frac{1}{r^2}\right)$

- Cavendish i Coulomb: balança de torsió (1% de precisió)

- Mesures actuals (Faraday i Jackson):

$$\vec{E} = f\left(\frac{1}{r^{2+\delta}}\right) \quad |\delta| < 10^{-16}$$

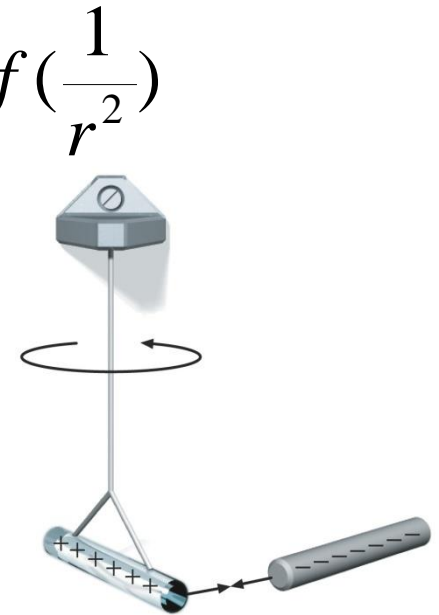


Figura 21.02 Tipler, 5ª ed.

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb

<http://www.newworldencyclopedia.org/>

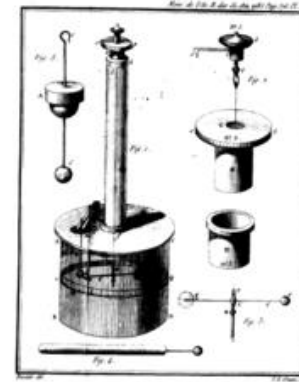
Formulació

■ Enunciat de Charles Coulomb:

- *“La força exercida per una càrrega puntual sobre una altra està dirigida al llarg de la línia que les uneix. La força varia inversament amb el quadrat de la distància que separa les càrregues i és proporcional al producte de les càrregues. És repulsiva si les càrregues tenen el mateix signe i atractiva si tenen signes oposats”.*

■ Formulació amb notació vectorial per a la força de q_1 sobre q_2 :

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{21} \quad \text{Llei de Coulomb}$$



Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb



$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{21}$$

Formulació

- Força de q_1 sobre q_2 :

- q_1 i q_2 són els valors de les càrregues (amb signe)
- d la distància entre si
- \vec{u}_{21} vector unitari en la direcció de la recta que uneix q_1 amb q_2 , sentit cap a q_2
- constant de proporcionalitat, per motius històrics s'escriu:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987551787 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cong 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

on ϵ_0 és la permitivitat del buit.

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb



Formulació

- Força de q_2 sobre q_1 :
$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{12}$$

Propietats de la força de Coulomb

- En funció del signes de q : F és atractiva o repulsiva
- F compleix el principi de acció - reacció $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

HIPOTESI CONSIDERADA EN ELECTROSTÀTICA

- Se suposa que, encara que actue F , q no es mou.
- És com si aplicàrem una força externa que compensa F a fi que q no es moga.

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb

Constant de proporcionalitat $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \text{ m} / \text{F}$

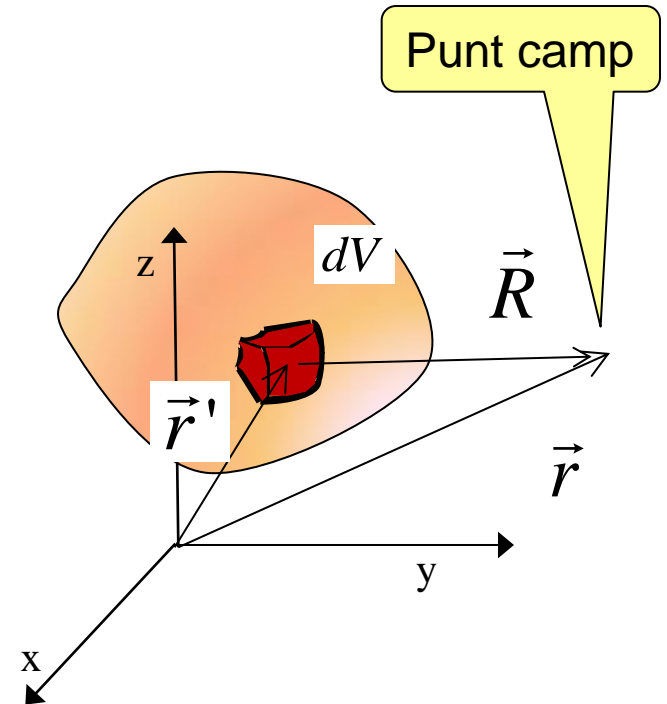
- El terme 4π s'introdueix per facilitar altres expressions.
- El valor de c en el buit:
 - És exacte des de 1983: $c = 299\,792\,458 \text{ m} / \text{s}$
(4a definició de metre: distància recorreguda en 1 s)
 - Es defineix com: $c = 1 / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$
- Valor de μ_0 es defineix com: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} / \text{m}$
- Finalment: $\rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \cong 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} / \text{m}$

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb

La notació r , r' , R

- Punt camp: lloc on es calcula el camp
- r : vector posició del punt camp respecte de l'origen de coordenades
- r' : vector posició de la font del camp respecte de l'origen de coordenades
- R : vector posició del punt camp respecte de la font



$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

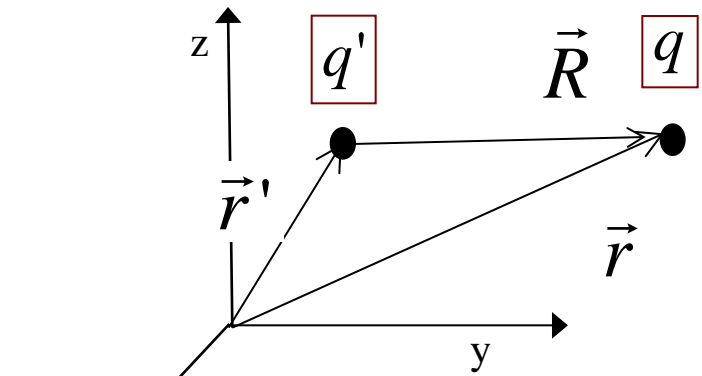
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb

La llei de Coulomb amb r , r' , R

- Força de q' sobre q :

$$\vec{F}_{qq'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{R^2} \vec{u}_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{R^3} \vec{R}$$



Expressió independent de l'origen

- Com que $\vec{u}_R = \frac{\vec{R}}{R}$, podem posar: $\frac{\vec{u}_R}{R^2} = \frac{\vec{R}}{R^3}$

- Exemple: en cartesianes

$$\vec{r}' = x'\vec{u}_x + y'\vec{u}_y + z'\vec{u}_z$$

$$\vec{r} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = (x - x')\vec{u}_x + (y - y')\vec{u}_y + (z - z')\vec{u}_z$$

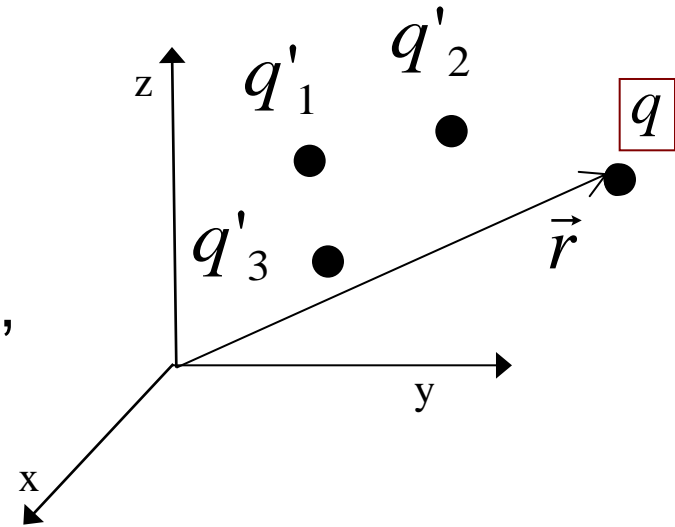
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.2. Llei de Coulomb

El principi de superposició

- Si tenim diferents càrregues q_1, q_2, q_3, \dots , quina és F sobre q ?
- Solució: principi de superposició

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum_n \vec{F}_n$$



Aquest principi PAREIX OBVI, però NO HO ÉS

- És conseqüència de la dependència lineal de F amb q'
- Si F depenguera de q' al quadrat: $\vec{F}(q') = f(q'^2)$
- Aleshores: $\vec{F}(q'_1) + \vec{F}(q'_2) \neq \vec{F}(q'_1 + q'_2)$

ja que $(q_1 + q_2)^2 = q_1^2 + q_2^2 + 2q_1q_2$

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

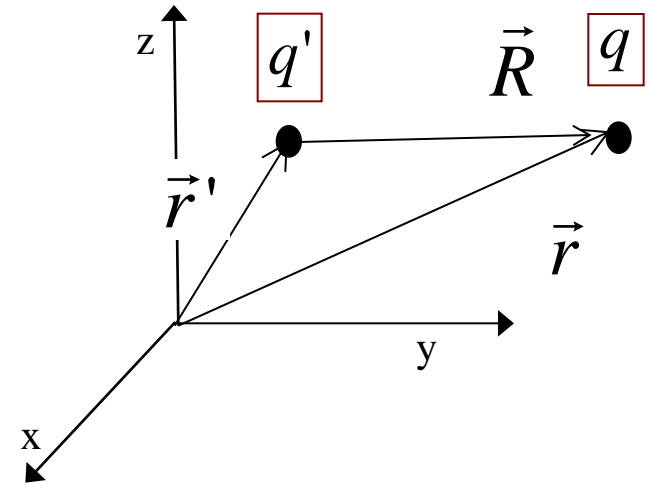
EL CAMP ELECTROSTÀTIC

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

El camp d'una càrrega puntual

- La llei de Coulomb és un llei d'acció a distància.
- Acció a distància: les interaccions físiques es propaguen a velocitat infinita.
- Les teories de camp: el camp existeix al voltant de la font, no necessita propagar-se.



$$\vec{F}_{qq'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{R^3} \vec{R}$$

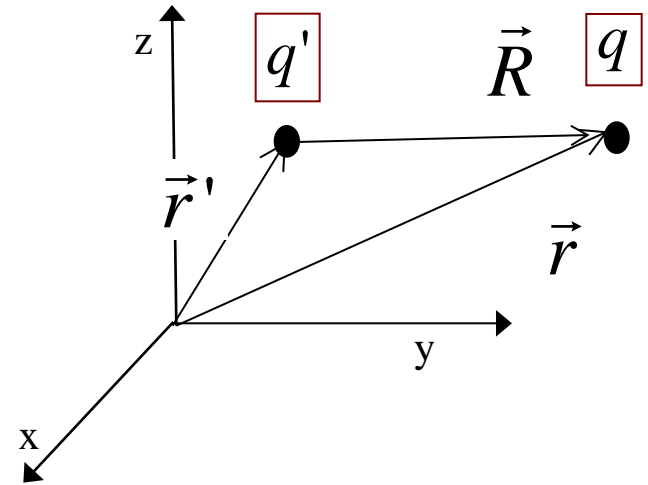
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

El camp d'una càrrega puntual

- La llei de Coulomb es pot expressar com:

$$\vec{F}_{qq'} = q \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{R^3} \vec{R} \right)$$

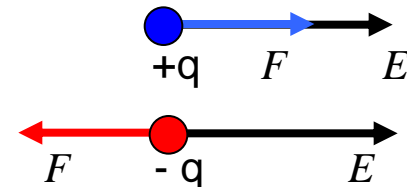


- Definim el **camp elèctric** creat per q' : força per unitat de càrrega de prova q :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{qq'}}{q} \quad \rightarrow \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{R^3} \vec{R}$$

Camp d'una càrrega puntual

- Força sobre una càrrega q situada en una zona on hi ha un camp elèctric: $\vec{F} = q \vec{E}$

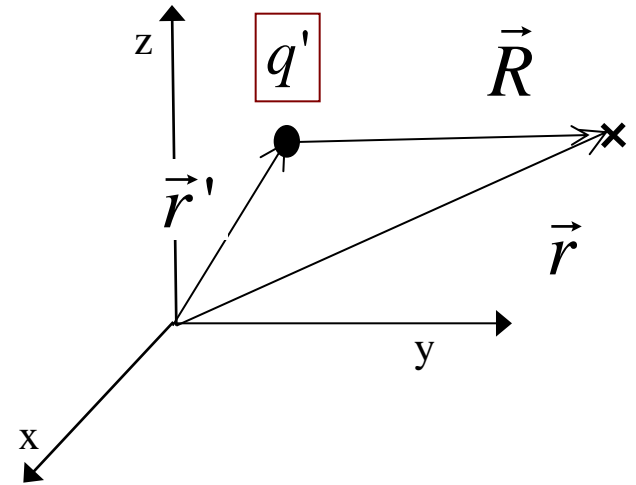


Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

El camp d'una càrrega puntual

- **Unitats:** en el SI es pot expressar en N/C o en V/m (conseqüència de la definició de potencial).



- **Camp elèctric:** es considera una entitat “real” i implica una modificació de l'espai que envolta q' .

- El camp elèctric no es pot mesurar directament, es mesura la força que fa sobre una càrrega de prova:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

- Es considera una bona mesura si:
$$\vec{E} = \lim_{|q| \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_{qq'}}{q}$$

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

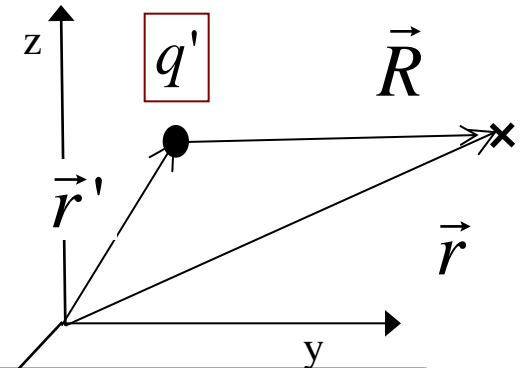
2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp de q' en l'origen/fora de l'origen

- El camp elèctric de q' , general:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{R^3} \vec{R}$$

Expressió independent de l'origen



- En cartesianes: $\vec{r} = x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z$ $\vec{r}' = x'\vec{u}_x + y'\vec{u}_y + z'\vec{u}_z$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = (x - x')\vec{u}_x + (y - y')\vec{u}_y + (z - z')\vec{u}_z$$

- El camp elèctric de q' , amb q' en l'origen: $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = \vec{r}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \vec{u}_r$$

R, r els podem fer coincidir amb el vector r de coordenades esfèriques

Tema 2: EL CAMP ELÈCTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp d'una càrrega puntual

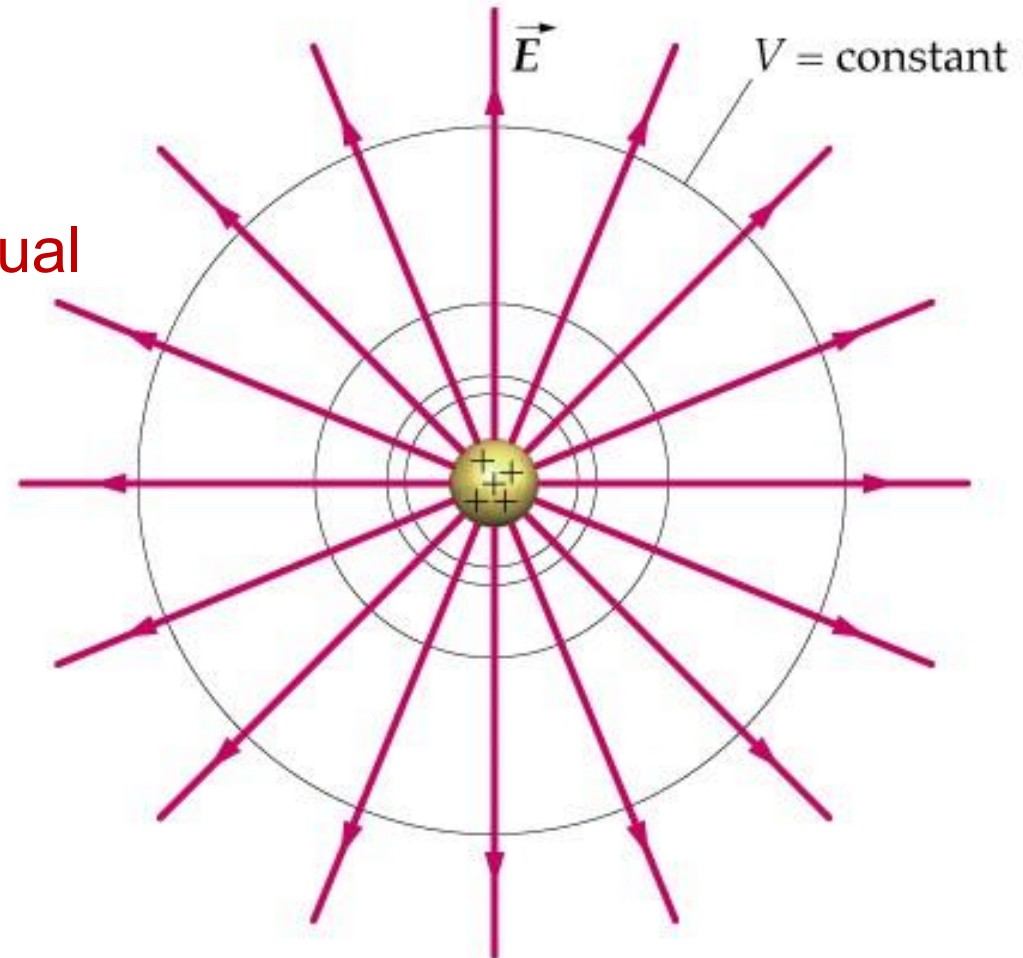


Figura 23.18 Tipler, 5ª ed.

- **Applets** (miniaplicacions) sobre el camp electrostàtic:
<http://www.falstad.com/emstatic/>

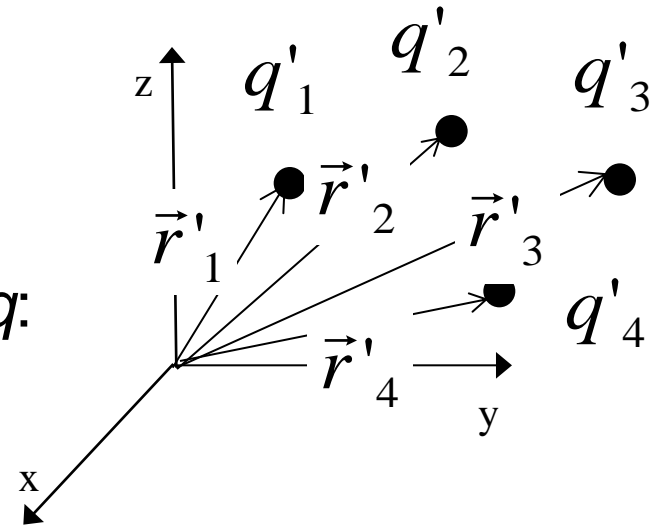
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp d'una distribució de q' puntuals

- Així, com que la força total sobre q :

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{qq'_i} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q'_i}{R_i^3} \vec{R}_i$$



- Podem calcular el camp total com la suma dels camps individuals:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{F}_{qq'_i}}{q} \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'_i}{R_i^3} \vec{R}_i$$

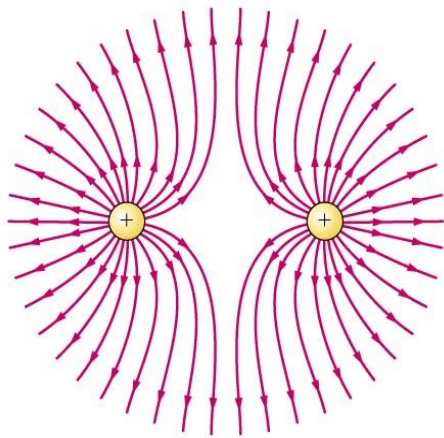
Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp de 2 càrregues puntuals en $+a, -a$

$$q'_1 = +q'$$

$$q'_2 = +q'$$



$$\vec{r}'_1 = a\vec{u}_x$$

$$\vec{r}'_2 = -a\vec{u}_x$$

VEGEU
exemple

Figura 21.19 Tipler, 5ª ed.

$$q'_1 = +q'$$

$$q'_2 = -q'$$

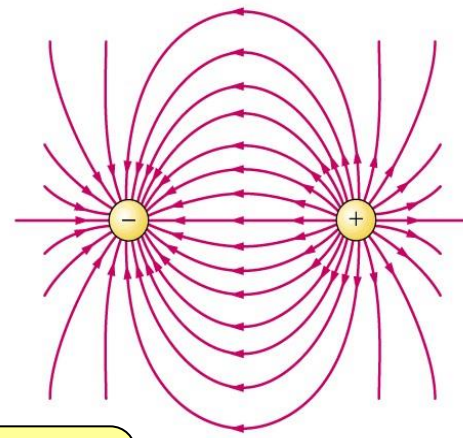


Figura 21.20 Tipler, 5ª ed.

- Applets (miniaplicacions) sobre el camp electrostàtic:

<http://www.falstad.com/emstatic/>

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

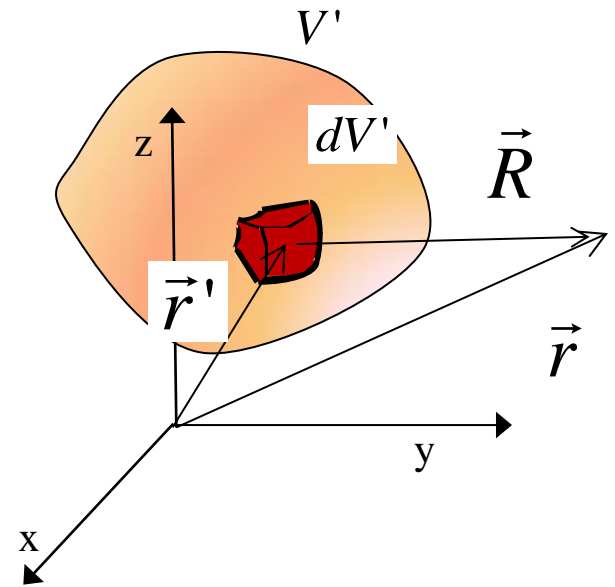
EL CAMP ELECTROSTÀTIC d'una distribució de càrregues

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp d'una distribució contínua de q

- Suposem una densitat de càrrega volumètrica, continguda en V' , que pot ser dependent de la posició r' : $\rho(r')$.



- Treballarem amb elements de càrrega amb un volum suficientment menut (infinitesimal):

$$dq' = \rho(\vec{r}')dV'$$

- Cada element de càrrega crearà un camp elèctric donat per:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq'}{R^3} \vec{R}$$

Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

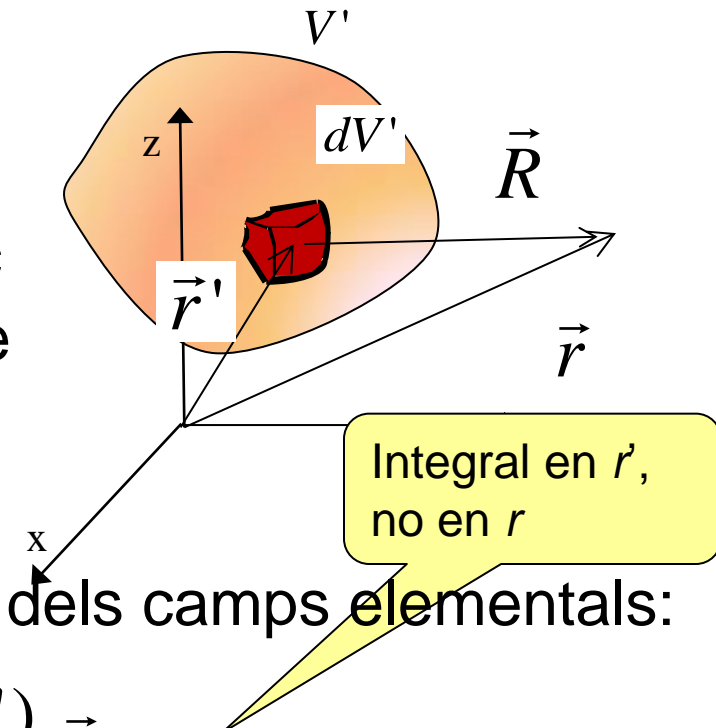
2.3. Camp elèctric electrostàtic

Camp d'una distribució contínua de q

- Volem determinar el camp elèctric creat en r per tots els elements de càrrega continguts en V' .
- Aplicant el t. de superposició, el camp total serà la suma (integral) dels camps elementals:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{V'} d\vec{E} \quad \rightarrow \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}')}{R^3} \vec{R} dV'$$

- La integral es realitza en \vec{r}' (posició de les càrregues que creen el camp) i s'estén a V' . No depèn de \vec{r} (constant).



Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Diferents tipus de densitats

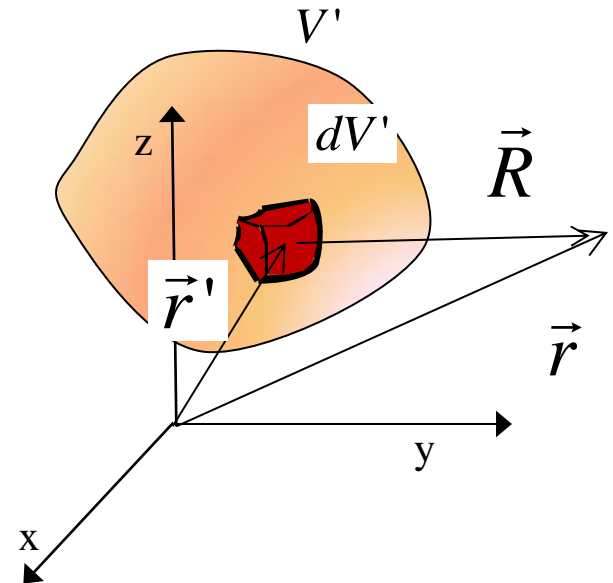
- Densitat volumètrica de q :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}')}{R^3} \vec{R} dV'$$

- Densitat superficial de q :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\sigma(\vec{r}')}{R^3} \vec{R} dS'$$

- Densitat lineal de q :
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\lambda(\vec{r}')}{R^3} \vec{R} dl'$$



Tema 2: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

2.3. Camp elèctric electrostàtic

Exemples

- 2 càrregues puntuals $+q$, $-q$.