# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

Crea el camp *B*

### Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

- Expressió general de *B*: $$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}\,dV'$$
- Calculem la divergència:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = \vec{\nabla}\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}\,dV'\right]$$

considerant: $$\vec{\nabla}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{b}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{a}) - \vec{a}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{b})$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\left[\frac{\vec{R}}{R^3}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{J}(\vec{r}\,')\right) - \vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\times\frac{\vec{R}}{R^3}\right]dV'$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

- Primer terme: $\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}\,') = 0$

  (les derivades són respecte de variables sense ' i la funció només depèn de les variables amb ')

- Segon terme:

  (el rotor d'un gradient sempre és zero)

  $$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{R}}{R^3} = \vec{\nabla} \times \left( -\vec{\nabla} \frac{1}{R} \right) = 0$$

- En conseqüència: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

- Aquesta propietat ens permetrà, més endavant, posar que

  $$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

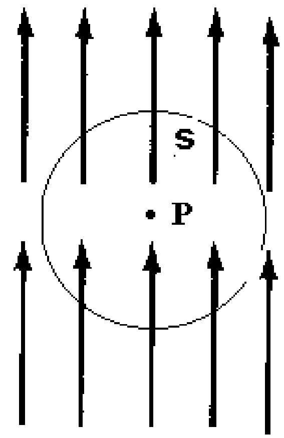
# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

Propietats diferencials de B: *div* i *rot*

- Característiques derivades de: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$
  - – El camp B no té fonts de divergència (no hi ha monopols magnètics).
  - – El camp B és solenoïdal: les línies de camp són tancades (es poden tancar en l'infinit).
- Aplicant el t. de la divergència:

$$\int_V \vec{\nabla}\vec{B}\cdot dV = \oint_{S(V)} \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$



Flujo nulo

  - – El flux del camp magnètic a través de qualsevol volum és zero.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

$$\frac{\vec{R}}{R^3} = -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)$$

### Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

- Calculem el rotor:

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \vec{\nabla}\times\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}\,dV'\right] = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\times\vec{J}(\vec{r}\,')\right]dV'$$

si considerem que:

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right) = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\times\vec{J}(\vec{r}\,') + \cancel{\frac{1}{R}\vec{\nabla}\times\vec{J}(\vec{r}\,')}$$

Derivada respecte de *r*

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)\right]dV'$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

### Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

- Desenvolupant: $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{a})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{a})-\nabla^2\vec{a}$

  obtenim
$$\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)\right]=\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)\right]-\nabla^2\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}$$

però
$$\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)=\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)+\cancel{\frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')}$$

Derivada respecte de *r*

$$\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)\right]=\vec{\nabla}\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\right]-\nabla^2\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}$$

$$=\vec{\nabla}\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\right]-\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\nabla^2\left(\frac{1}{R}\right)+\cancel{\frac{1}{R}\nabla^2\vec{J}(\vec{r}\,')}\right]$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

### Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

$$\vec{\nabla}\frac{1}{R} = -\vec{\nabla}'\frac{1}{R}$$

- La primera integral:

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\left(\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\right)dV' = -\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\int_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{R}\right)dV'$$

Corrent estacionari:
∇'J(r')= 0

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\int_{V'}\vec{\nabla}'\cdot\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)dV' = 0$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\cdot\int_{S'(V')}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\,d\vec{S}' = 0$$

En superfície, component normal de J = 0

- La segona integral:

$$\nabla^2\left(\frac{1}{R}\right) = -4\pi\delta(\vec{R})$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}4\pi\delta(\vec{r})\vec{J}(\vec{r}\,')dV' = \mu_0\vec{J}(\vec{r})$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic

**RESUM**

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\vec{\nabla}\times\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}dV'\right]$$

Derivada respecte de *r*

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\times\vec{J}(\vec{r}\,')\right]dV'$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\times\left[\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)-\frac{1}{R}\vec{\nabla}\times\vec{J}(\vec{r}\,')\right]dV'$$

Derivada respecte de *r*

$$\nabla^2\left(\frac{1}{R}\right)=-4\pi\delta(\vec{R})$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\left\{\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)\right]-\nabla^2\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right\}dV'$$

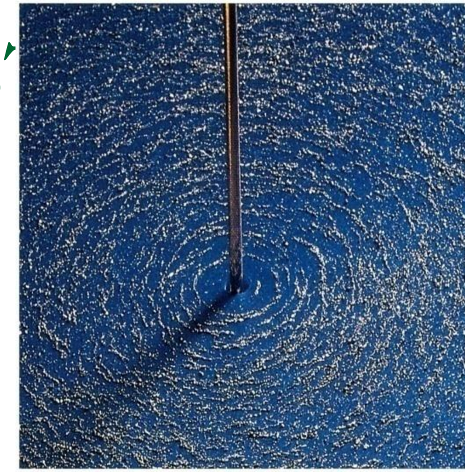
$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\left\{\vec{\nabla}\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)+\frac{1}{R}\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')\right]-\nabla^2\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right\}dV'=$$

$$\boxed{=\mu_0\vec{J}(\vec{r})}$$

Raonament llarg

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOST

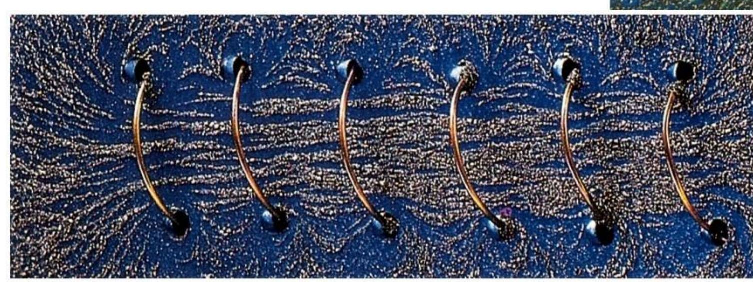
## 5.3. Divergència i rotor del camp magnetostàtic



### Propietats diferencials de *B*: *div* i *rot*

- Per tant: $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}(\vec{r})$
  - El camp *B* té fonts de rotor (no és irrotacional).
  - Les fonts de rotor són els corrents.
  - Significat vectorial: les línies de camp magnètic s'enrotllen al voltant de les línies de corrent.

*Fig 27.06, 10, 15 Tipler 5a ed.*



- Aplicant el t. de la circulació: s'obté el teorema d'Ampère.

## 5.4. Teorema d'Ampère

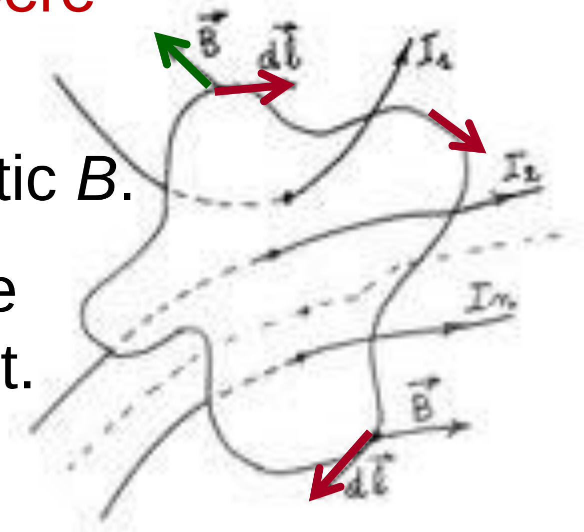
# TEOREMA D'AMPÈRE

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.4. Teorema d'Ampère

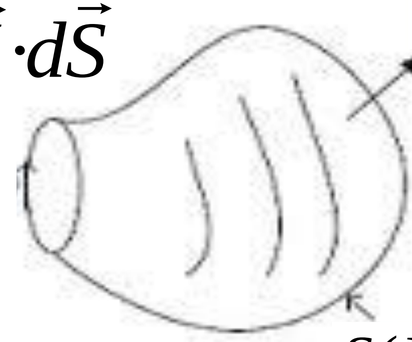
*http://www.museodifisica.it/ENG/htm/exhibit_spire_solenoidi.htm*

### Forma diferencial i integral de la llei d'Ampère



- Suposem una distribució de corrents estacionaris que crea un camp magnètic *B*.
- Considerem un recorregut tancat ***L*** que encercla un conjunt de línies de corrent.
- Calculem la circulació al llarg de ***L***:

$$\oint_{L} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{S(L)} \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{S(L)} \mu_0 \vec{J}\cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_{S(L)} \vec{J}\cdot d\vec{S}$$




- NOTA: ***S(L)*** arbitrària, sempre que recolze en ***L***

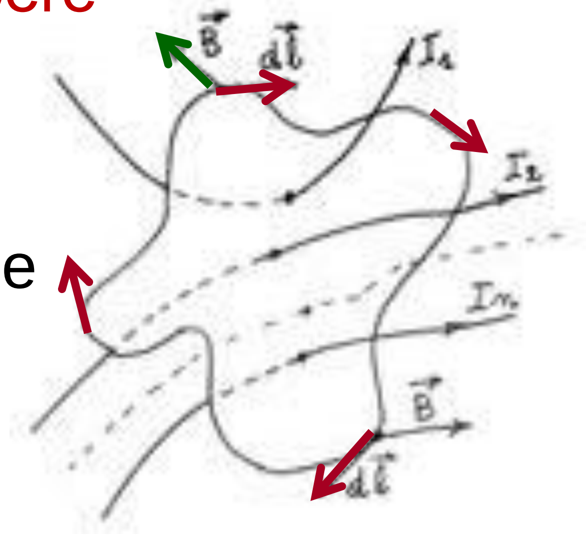
*http://examcrazy.com/Engineering/Electronics-Communication/Displacement_Current_and_Ampere.asp*

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.4. Teorema d'Ampère

*http://www.museodifisica.it/ENG/htm/exhibit_spire_solenoidi.htm*

### Forma diferencial i integral de la llei d'Ampère



- La integral: $$\int_{S(L)} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

  – és el flux de la densitat de corrent que travessa la superfície S(L);

  – és el corrent total encerclat per ***L***.

- Així: $$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{encerclat\,per\,L}$$ ***Teorema d'Ampère***

- *"La circulació magnètica al llarg de qualsevol camí tancat, és proporcional al corrent encerclat per aqueix camí".*

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.4. Teorema d'Ampère

### Forma diferencial i integral de la llei d'Ampère

- S'anomena teorema perquè es dedueix en aplicar el teorema de Stokes (les lleis són estrictament experimentals).
  – És anàleg al teorema de Gauss en electrostàtica.

- L'anterior expressió s'anomena expressió integral del teorema d'Ampère:

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{encerclat\,per\,L}$$

- L'expressió diferencial del teorema d'Ampère és el rotor de *B*:

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\,\vec{J}(\vec{r}\,')$$

## 5.5. Potencial vector

# POTENCIAL VECTOR

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

### Introducció del potencial vector

- Hem vist que: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$
- Sabem que: $\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{A})=0$
- Per tant, podem suposar que: $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$
- És a dir, igual que en electrostàtica, podem dir que el camp magnètic deriva d’un potencial:
  – el potencial magnètic és una magnitud vectorial.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

### Obtenció i propietats del potencial vector: indeterminació

- El potencial magnètic presenta una ambigüitat o indeterminació, ja que diferents potencials produeixen el mateix camp.
- Considerem dos potencials, *A* i *A'* , tals que: $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} X$ (*X* funció escalar).
- Els camps magnètics corresponents: $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{\nabla} X) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} X) = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Potencials vectors que difereixen en el gradient d'una magnitud escalar, proporcionen el mateix camp magnètic.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

Obtenció i propietats del potencial vector: indeterminació

- Aqueixa indeterminació en ∇X permet imposar restriccions al potencial vector (transformacions de norma o contrast).
- En efecte, si considerem que: $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} X$

  i calculem la divergència:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}' = \vec{\nabla}(\vec{A} + \vec{\nabla} X) = \vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla} X) = \vec{\nabla}\cdot\vec{A} + \nabla^2 X$$

- Com que la funció *X* és arbitrària, sempre podem trobar una funció *X* tal que: $\nabla^2 X = -\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$
- Que fa que la divergència del potencial: $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}' = 0$

### Obtenció i propietats del potencial vector: divergència i rotor

- Com que aquest procés es pot realitzar sempre, podem dir que:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}=\vec{B} \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$$

- S'observa una total equivalència amb *B*:

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}(\vec{r}) \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$$

- Podeu consultar respecte a aquest punt:

*http://farside.ph.utexas.edu/teaching/em/lectures/node38.html*

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

Obtenció del potencial vector: solució integral (particular)

- Hem determinat el rotor i la divergència de *A*, però no sabem encara la seua expressió en funció de les fonts.
- Obtindrem una solució particular a partir de l'expressió:

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A} \quad \rightarrow \quad \mu_0\vec{J}(\vec{r}\,')=0-\nabla^2\vec{A}$$

- EN CARTESIANES, l'equació per a cada component és equivalent a 3 equacions de Poisson:

$$\nabla^2 A_x=\mu_0 J_x(\vec{r}\,')$$
$$\nabla^2 A_y=\mu_0 J_y(\vec{r}\,') \qquad \nabla^2 A_i=\mu_0 J_i(\vec{r}\,')$$
$$\nabla^2 A_z=\mu_0 J_z(\vec{r}\,')$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\rho(\vec{r}\,')}{R}\,dV'$$

Solució particular de l'equació de Poisson en tot l'espai:

Obtenció del potencial vector: <u>solució integral</u> (particular)

- Per tant, cada component del potencial vector es pot expressar en funció del component corresponent de la densitat volumètrica de corrent:

$$A_i(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{J_i(\vec{r}\,')}{R}\,dV'$$

- Considerant el vector format pels tres components:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\,dV'$$

- Si el corrent és superficial:

$$A_i(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S'}\frac{K_i(\vec{r}\,')}{R}\,dS' \quad\rightarrow\quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S'}\frac{\vec{K}(\vec{r}\,')}{R}\,dS'$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

$$\frac{\vec{R}}{R^3} = -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)$$

Obtenció del potencial vector: <u>solució integral</u> (general)

- Podem obtenir una expressió <u>més general</u> del potencial vector A en funció de les fonts, si considerem el camp magnètic creat per una densitat volumètrica de corrent:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,') \times \vec{R}}{R^3}\, dV' = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \vec{J}(\vec{r}\,') \times \vec{\nabla}\left(-\frac{1}{R}\right) dV'$$

tenint en compte que:

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right) = \vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right) \times \vec{J}(\vec{r}\,') + \cancel{\frac{1}{R}\vec{\nabla} \times \vec{J}(\vec{r}\,')}$$

Derivada respecte de *r*

$$= \vec{\nabla} \times \left[\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\, dV'\right]$$

## 5.5. Potencial vector

Obtenció del potencial vector: solució integral (general)

- Per tant, el camp magnètic:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \underbrace{\left[ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R} dV' \right]}_{\vec{A}}$$

- Si denominem *A* el parèntesi:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Retrobem l'expressió per al el potencial vector:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R} dV'$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')=0$$

Obtenció del potencial vector: <u>solució integral</u> (general)

- Calculem quant val la seua divergència:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=\vec{\nabla}\cdot\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\,dV'\right)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right)\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')\,dV'+0$$

$$\vec{\nabla}\frac{1}{R}=-\vec{\nabla}'\frac{1}{R}$$

$$=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}'\left(\frac{1}{R}\right)\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')\,dV'$$

$$\vec{\nabla}'\cdot\vec{J}(\vec{r}\,')=0$$

$$=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\vec{\nabla}'\left(\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\right)dV'$$

En superfície, component normal de J = 0

$$=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}\,d\vec{S}'=0$$

## 5.5. Potencial vector

Obtenció del potencial vector: solució integral (general)

- Per tant, trobem que: $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$

- L'expressió integral del potencial vector es pot obtenir per a un corrent filiforme recordant que:

$$\vec{J}(\vec{r}\,')dV' = I'd\vec{l}\,'$$

- Així:

$$\vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R}dV' \qquad \rightarrow \qquad \vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}I'\int_{C'}\frac{d\vec{l}\,'}{R}$$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

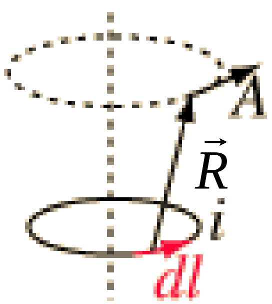
## 5.5. Potencial vector

### Propietats del potencial vector: direcció

- El potencial vector té una direcció semblant a la del corrent *I*.

- Per a una ESPIRA circular

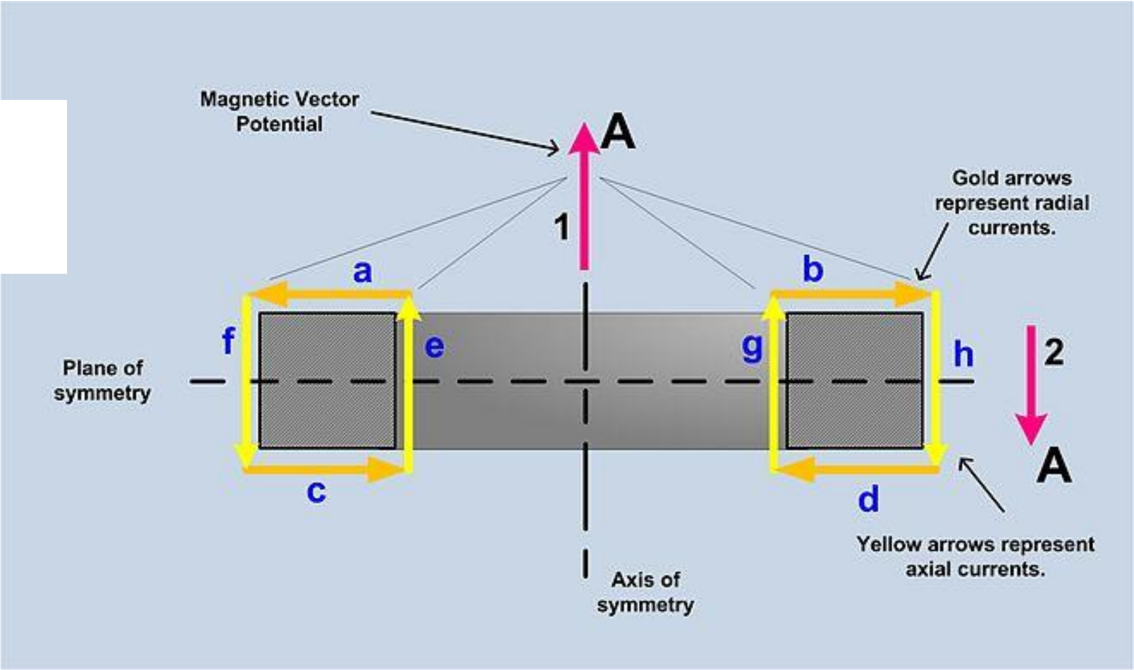
$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} I' \int_{C'} \frac{d\vec{l}\,'}{R}$$




*http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/magvec.html*

### Propietats del potencial vector: direcció

- El potencial vector té una direcció semblant a la del corrent *I*:
- Per a una bobina TOROÏDAL




*http://en.wikipedia.org/wiki/Toroidal_inductors_and_transformers*

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

Teorema de Helmholtz (cas general)

- Si: $\vec{\nabla}\cdot\vec{F}(\vec{r})=\rho(\vec{r})$ (fonts escalars)

  $\vec{\nabla}\cdot\vec{c}(\vec{r})=0$

  $\vec{\nabla}\times\vec{F}(\vec{r})=\vec{c}(\vec{r})$ (fonts vectorials)

- Aleshores: $\rightarrow$ $\vec{F}(\vec{r})=-\vec{\nabla}\varphi(\vec{r})+\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r})$

$$\varphi(\vec{r})=\frac{1}{4\pi}\int_V\frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{F}(\vec{r})}{R}dV \qquad \vec{A}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi}\int_V\frac{\vec{\nabla}\times\vec{F}(\vec{r})}{R}dV$$

Potencial escalar    Potencial vector

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

Fonts escalars

Fonts vectorials

Teorema de Helmholtz aplicat al camp magnètic *B*

- Com que: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$ $\qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}(\vec{r}\,')$

- Tenim:

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\left[-\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{\nabla}'\cdot\vec{B}}{R}\,dV'\right]+\vec{\nabla}\times\left[-\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{\nabla}'\times\vec{B}}{R}\,dV'\right]=\ldots$$

$$\ldots=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}\,dV'$$

Expressió ja coneguda

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

Fonts escalars

Fonts vectorials

Teorema de Helmholtz aplicat al potencial vector *A*

- Com que: $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$ $\qquad \vec{\nabla}\times\vec{A}=\vec{B}$

- Tenim:

$$\vec{A}=\vec{\nabla}\left[-\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{\nabla}'\cdot\vec{A}}{R}\,dV'\right]+\vec{\nabla}\times\left[-\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{\nabla}'\times\vec{A}}{R}\,dV'\right]=\ldots$$

$$\ldots=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{B}(\vec{r}\,')\times\vec{R}}{R^3}\,dV'$$

Expressió que utilitzarem més endavant

# RESUM de magnetostàtica

## 5.5. Potencial vector

Problema habitual en magnetostàtica:

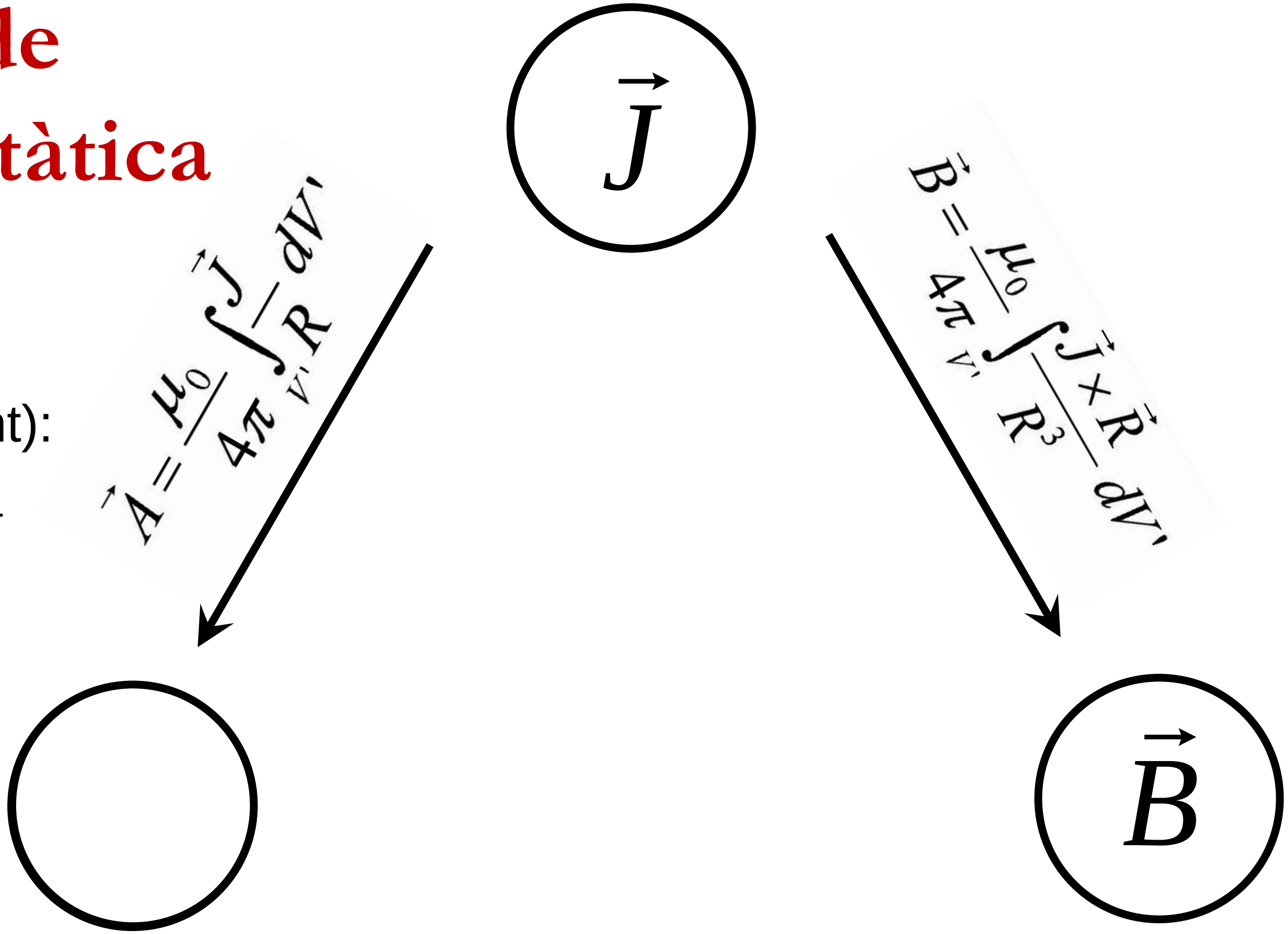
- Les tres magnituds fonamentals en magnetostàtica són: $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$.
- PROBLEMA PLANTEJAT: Donada una distribució de corrent $\boldsymbol{J}$, quin és el camp magnètic $\boldsymbol{B}$ que crea?
- Si hi ha simetria: teorema d'Ampère.
- En el cas més general: $\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{B}$ o $\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{A}$

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## RESUM de magnetostàtica

A partir de ***J*** (font):

> ***A*** i ***B*** de forma integral




Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.1999; fig. 5.48 3a ed.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

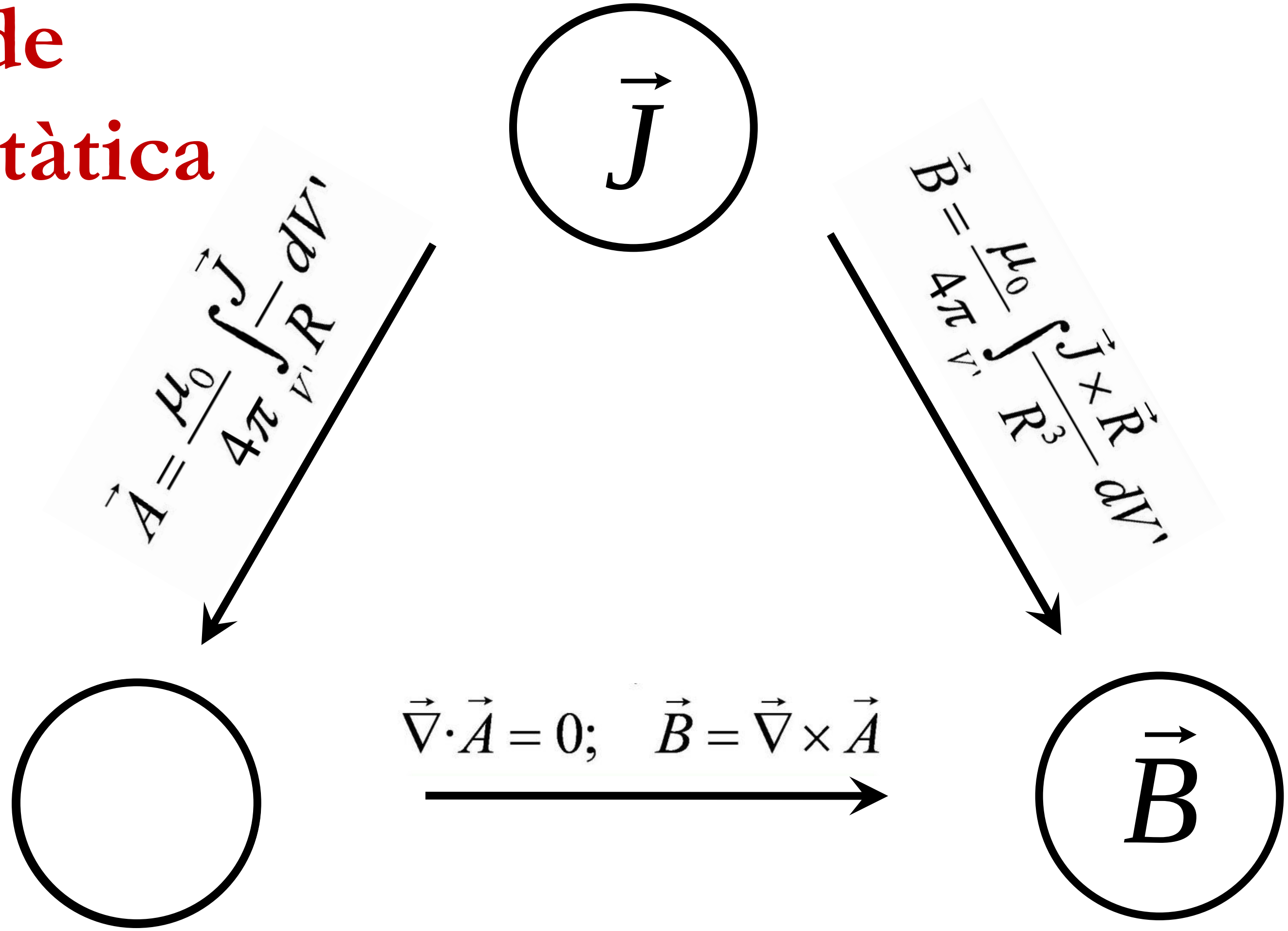
## 5.5. Potencial vector

Problema habitual en magnetostàtica:

- Les tres quantitats fonamentals en magnetostàtica són: $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$.
- PROBLEMA PLANTEJAT: Donada una distribució de corrent $\boldsymbol{J}$, quin és el camp magnètic $\boldsymbol{B}$ que crea?
- Si hi ha simetria: teorema d'Ampère.
- En el cas més general: $\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{B}$ o $\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{A}$
- També, com en electrostàtica, però no és massa útil:

$$\boldsymbol{J} \rightarrow \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B} \quad \text{(derivació)}$$

# RESUM de magnetostàtica




Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.1999; fig. 5.48 3a ed.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

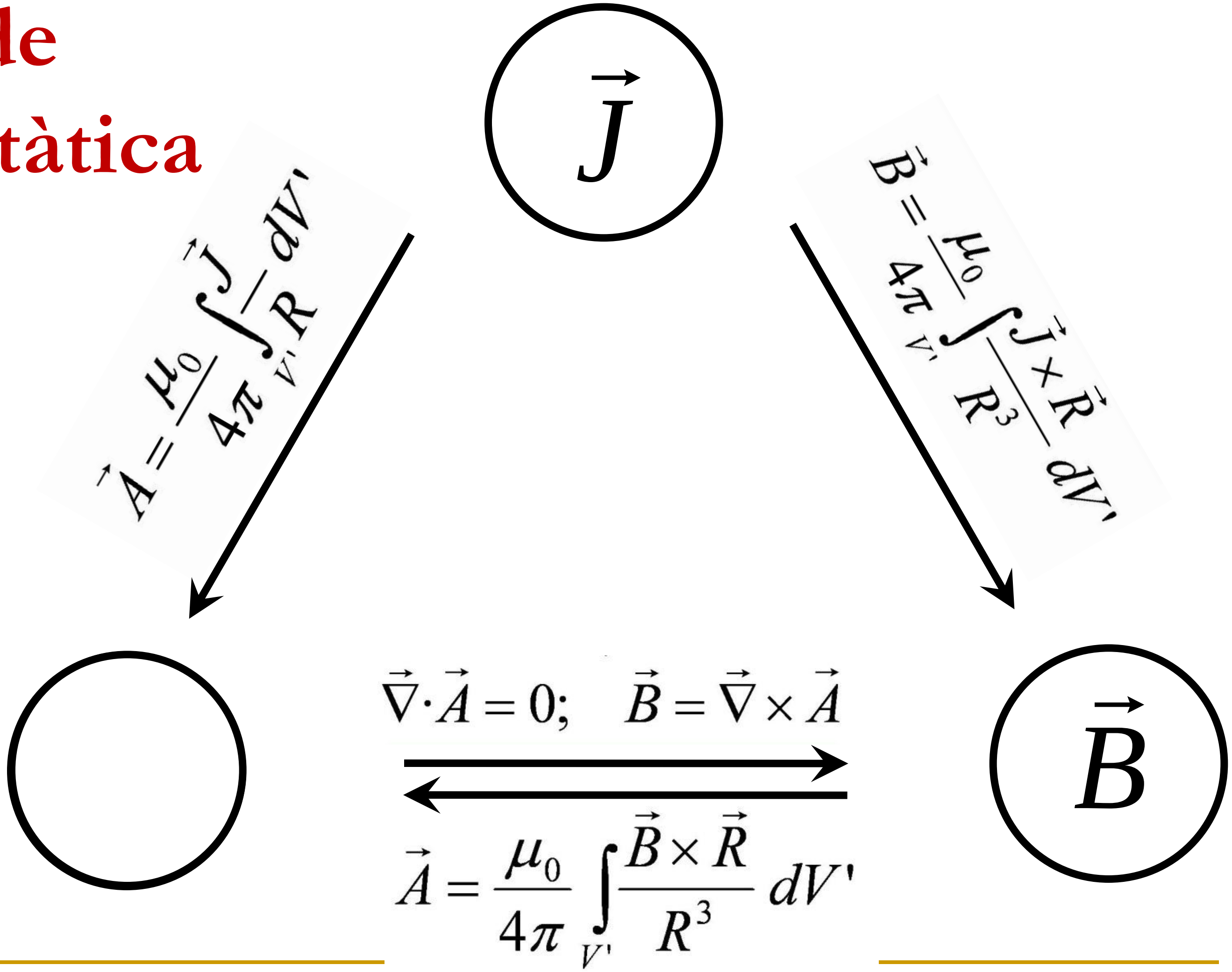
## 5.5. Potencial vector

Problema habitual en magnetostàtica:

- Les tres quantitats fonamentals en magnetostàtica són: ***J*, *A*, *B*.**

- El potencial es pot calcular per integració del camp magnètic (***A*** a partir de ***B***).

# RESUM de magnetostàtica




Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.1999; fig. 5.48 3a ed.

## 5.5. Potencial vector

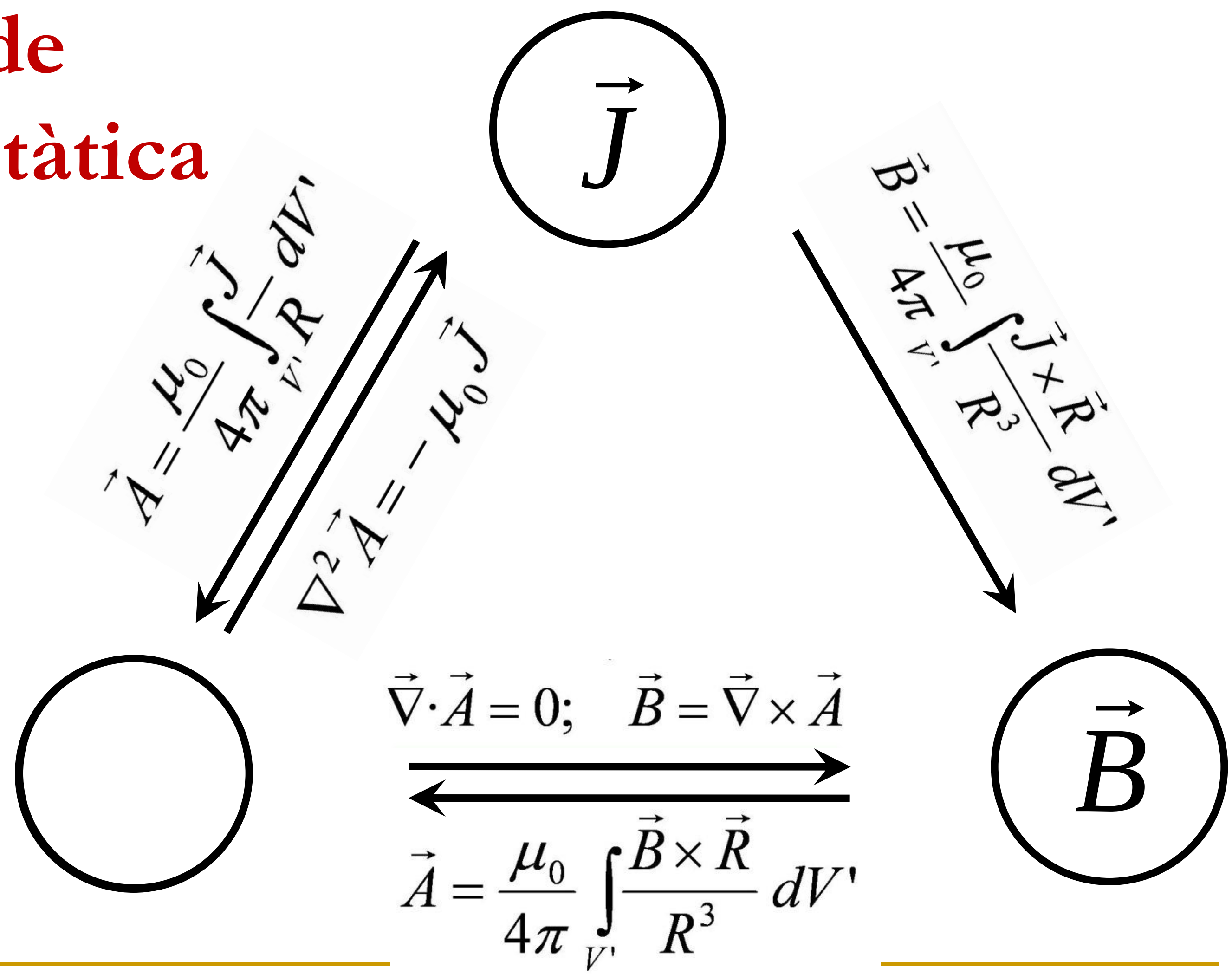
Problema habitual en magnetostàtica:

- Les tres quantitats fonamentals en magnetostàtica són: ***J*, *A*, *B*.**

Queda finalment:

- L'equació de Poisson per a cada component de ***A*** (***A*** a partir de ***J***)

# RESUM de magnetostàtica




Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.1999; fig. 5.48 3a ed.

# Tema 5: EL CAMP MAGNETOSTÀTIC

## 5.5. Potencial vector

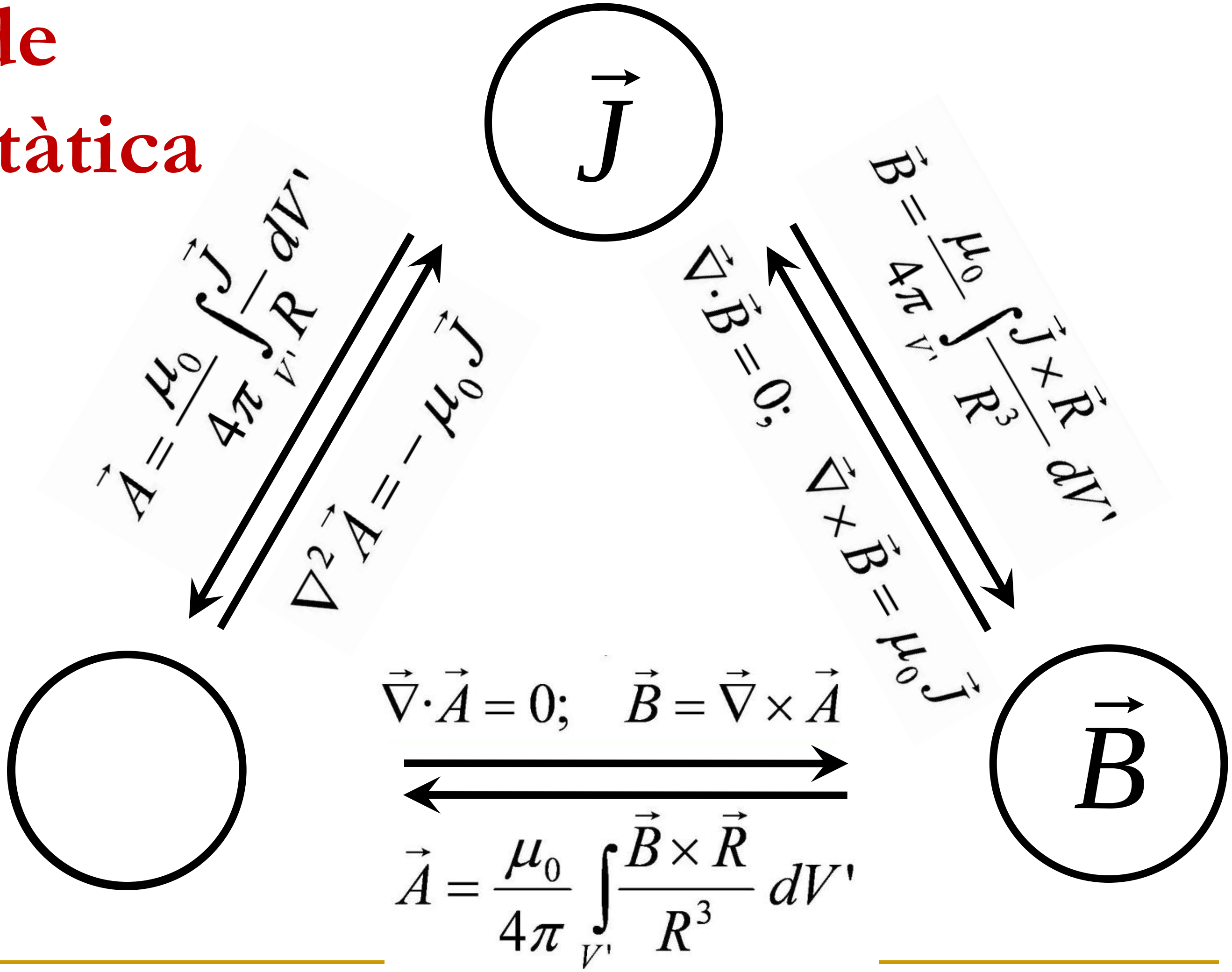
Problema habitual en magnetostàtica:

- Les tres quantitats fonamentals en magnetostàtica són: ***J*, *A*, *B*.**

Queden finalment:

- L'equació de Poisson per a cada component de ***A*** (***A*** a partir de ***J***)
- L'expressió de les fonts del camp magnètic (***J*** a partir de ***B***)

# RESUM de magnetostàtica




Griffiths, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall.1999; fig. 5.48 3a ed.