
Tema 3: DESENVOLUPAMENT MULTIPOLAR DEL POTENCIAL ELECTROSTÀTIC

- 3.1. Introducció
- 3.2. El dipol elèctric, potencial i camp elèctric
- 3.3. Desenvolupament multipolar del potencial electrostàtic
- 3.4. Distribucions de dipols elèctrics

Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

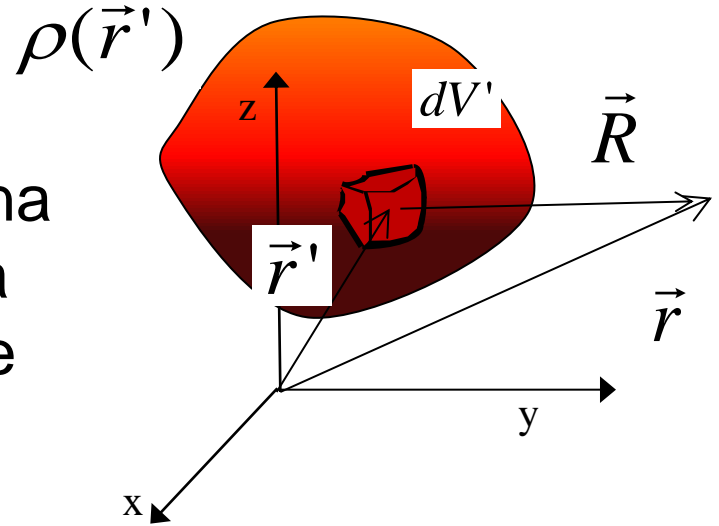
3.5. Distribucions de dipols elèctrics

El vector polarització

- Recordem que quan teníem una distribució contínua de càrrega amb densitat $\rho(r')$, l'element de càrrega venia donat per:

$$dq'(\vec{r}') = \rho(\vec{r}') dV'$$

- Si ara representem el material per un conjunt de dipols elementals dp que formen una distribució contínua ...



Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

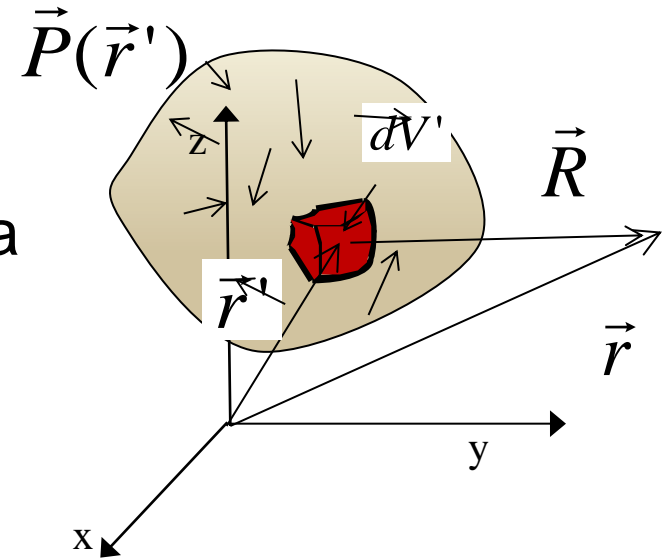
3.5. Distribucions de dipols elèctrics

El vector polarització

- Recordem que quan teníem una distribució contínua de càrrega amb densitat $\rho(r')$, l'element de càrrega venia donat per:

$$dq'(\vec{r}') = \rho(\vec{r}') dV'$$

- Si ara representem el material per un conjunt de dipols elementals $d\vec{p}$ que formen una distribució contínua...
- ... podem definir una densitat de moment dipolar elèctric $P(r')$ i obtenir l'element dipolar com: $d\vec{p}(\vec{r}') = \vec{P}(\vec{r}')dV'$
- Aqueixa densitat de moment dipolar s'anomena **VECTOR POLARITZACIÓ**.

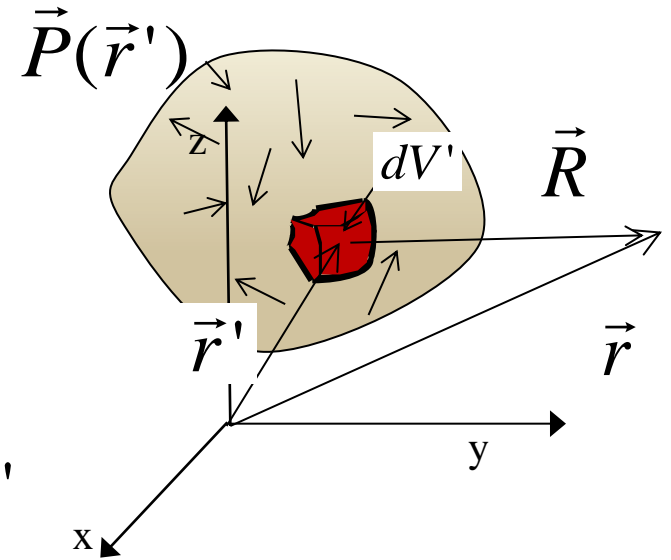


Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.5. Distributions de dipols elèctrics

El vector polarització

- La densitat de dipols: $\vec{P}(\vec{r}')$
 - és un vector
 - representa una densitat de moment dipolar elèctric $d\vec{p} / dV'$
 - unitats: $C \cdot m / m^3 = C / m^2$
- Suposarem que els medis materials es poden representar per densitats de moment dipolar.
- Quan es té un conjunt d'elements amb el mateix moment dipolar, podem definir:
$$\vec{P}(\vec{r}') = n_{dipol} \vec{p}$$
on n_{dipol} : nombre dipols/Volum; p : moment dipolar de cada element (típicament element = molècula).



Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.5. Distributions de dipols elèctrics

Potencial d'una distribució de dipols

- Suposem un cos descrit per la seua densitat de dipols elèctrics:

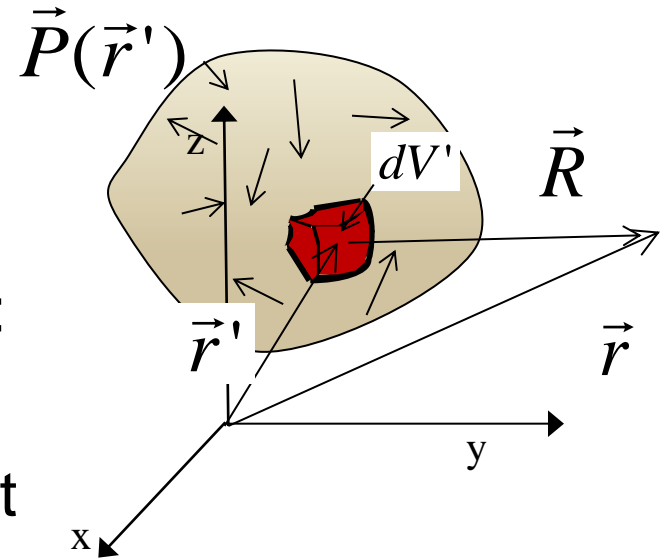
$$\vec{P}(\vec{r}')$$

- El potencial creat per un element de volum, fora de l'origen, serà:

$$d\phi(\vec{r}) = \frac{\vec{R} \cdot d\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 R^3} \quad \rightarrow \quad \phi(\vec{r}) = \int_{V'} \frac{\vec{R} \cdot d\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

- Introduint el vector polarització P :

$$\phi(\vec{r}) = \int_{V'} \frac{\vec{R} \cdot \vec{P}}{4\pi\epsilon_0 R^3} dV'$$



Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.5. Distribucions de dipols elèctrics

Potencial d'una distribució de dipols

- Com que $\frac{\vec{R}}{R^3} = -\vec{\nabla}\left(\frac{1}{R}\right) = \vec{\nabla}'\left(\frac{1}{R}\right)$, desenvolupant:

$$\phi(\vec{r}) = \dots = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\vec{P} \cdot \vec{n}}{R} dS' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{(-\vec{\nabla} \cdot \vec{P})}{R} dV'$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\sigma_P(\vec{r}')}{R} dS' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho_P(\vec{r}')}{R} dV'$$

- On hem definit les càrregues aparents de polarització:

$$\sigma_P(\vec{r}') = \vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}(\vec{r}') \qquad \rho_P(\vec{r}') = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}')$$

Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.4. Desenvolupament multipolar del potencial electrostàtic

Potencial d'una distribució de dipols

Demostració:

- Pàg. 46 de *Basic electromagnetism and materials*, A.Moliton, Springer (2006).

http://books.google.com/books?id=2kPAllxjDJwC&pg=PA46&lpg=PA46&dq=polarization+equivalent+charges&source=bl&ots=daSwh6holo&sig=feLXkiXM15Fa00OA6x_WmGOzdRs&hl=es&ei=8eKVTs_rLqvb4QTYvMT9Bw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCIQ6AEwAA#v=onepage&q=polarization%20equivalent%20charges&f=false

- University of Maryland:

<http://www.ece.umd.edu/class/enee380-1.F2004/lectures/lecture8.htm>

Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.4. Desenvolupament multipolar del potencial electrostàtic

Potencial d'una distribució de dipols

Demostració:

- Pàg. 44 de *Basic electromagnetism and materials*, A.Moliton, Springer (2006).

<http://es.scribd.com/doc/28945310/Basic-Electromagnetism-and-Materials>

- University of Maryland:

<http://www.ece.umd.edu/class/enee380-1.F2004/lectures/lecture8.htm>

Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

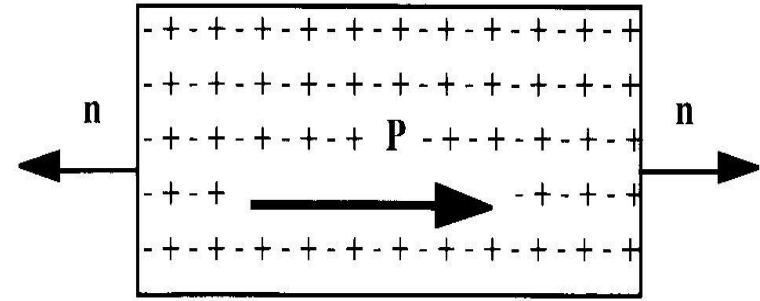
3.5. Distribucions de dipols elèctrics

Càrregues aparents de polarització

- El cos polaritzat es pot representar per les densitats de càrrega:
 - de superfície: $\sigma_P(\vec{r}') = \vec{P}(\vec{r}') \cdot \vec{n}(\vec{r}')$
 - de volum: $\rho_P(\vec{r}') = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}(\vec{r}')$
- El plantejament és vàlid per a punts interiors i exteriors.
- Si té només densitat de moment dipolar, l'expressió del potencial en funció de σ_P i ρ_P és exacta (no és un terme del desenvolupament).
- La càrrega total de les càrregues equivalents és zero, ja que representen una separació de càrregues en un material neutre.

Tema 3: DESENVOL. MÚ

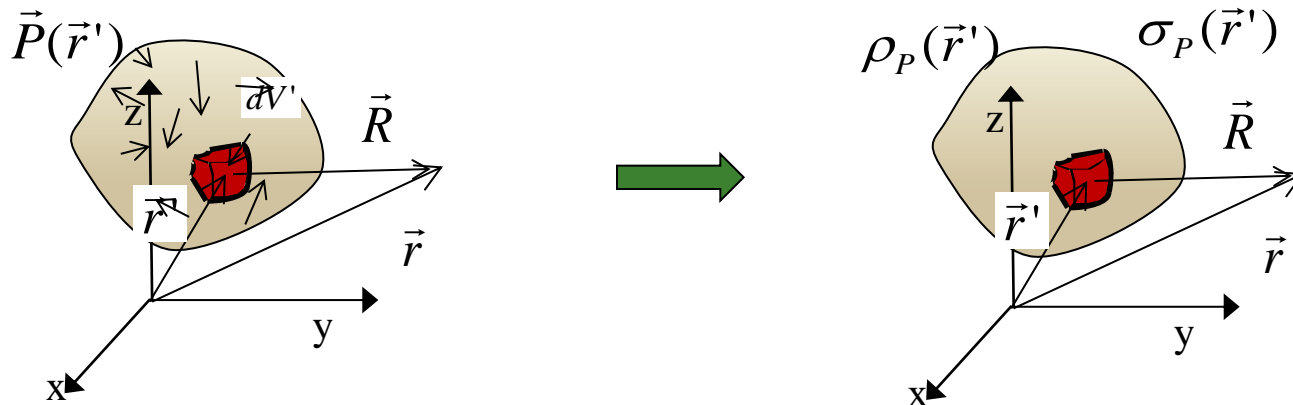
3.5. Distribucions de dipols elèctrics



Càrregues aparents de polarització

- Comprovació de suma de càrregues aparents:

$$\begin{aligned} Q_T &= \int \sigma_P(\vec{r}') dS' + \int \rho_P(\vec{r}') dV' = \int_{V'} \vec{P} \cdot \vec{n} dS' - \int_{V'} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} dV' = \\ &= \int_{V'} \vec{P} \cdot \vec{n} dS' - \int_{V'} \vec{P} \cdot \vec{n} dS' = 0 \end{aligned}$$



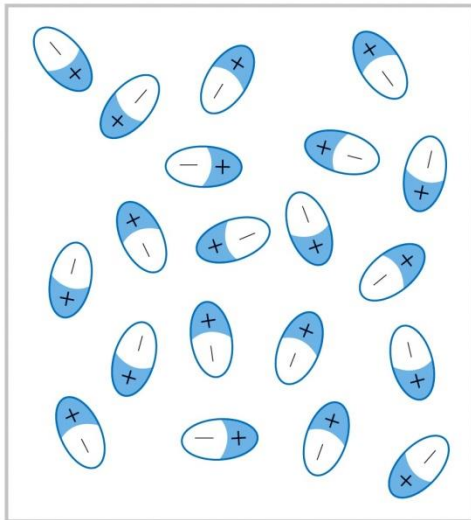
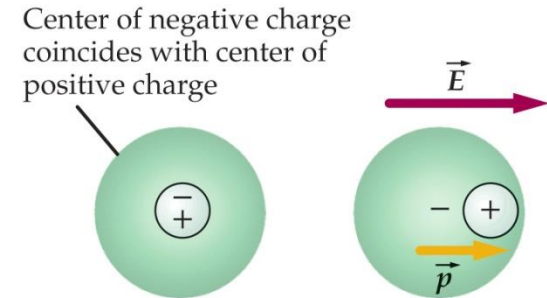
Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.5. Distribucions de dipols elèctrics

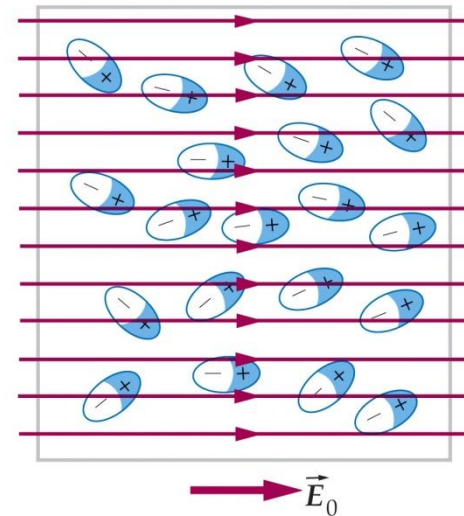
Fig. 24-22, Tipler 5^a ed.

Dielèctric en presència d'un camp elèctric

- Les molècules s'orienten amb el camp elèctric.



$$E = 0$$



$$E \neq 0$$

Fig. 24-23, Tipler 5^a ed.

Tema 3: DESENVOL. MULTIPOLAR

3.5. Distribucions de dipols elèctrics

EXEMPLES

- (a) Cilindre amb polarització uniforme
- (b) Línia rectilínia indefinida amb densitat lineal uniforme de dipols
- <http://teacher.pas.rochester.edu/PHY217/LectureNotes/Chapter3/LectureNotesChapter3.html#Heading1179>