
Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

- 7.1. Introducció
- 7.2. Força electromotriu
- 7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica
- 7.4. Inducció en un circuit en moviment
- 7.5. Coeficients d'inducció

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

BIBLIOGRAFIA

Griffiths

Tema 6

Pomer

Tema 8

Reitz-Milford-Christy

Tema 11

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.1. Introducció

Resum d'equacions en condicions estàtiques

- Camp electrostàtic (càrregues en repòs):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

- relació entre font i camp (E o B)

- Camp magnetostàtic (corrents estacionaris):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

*Equacions
INDEPENDENTS!*

- Conservació de la càrrega:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

*VALIDESA
GENERAL!*

- Força de Lorentz:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q (\vec{v} \times \vec{B})$$

- relació entre fonts de E i B

- relació entre F deguda a E i B

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.1. Introducció

*Equacions
INDEPENDENTS!*

Resum d'equacions generals

- “Indicis” que hi ha relació entre el camp elèctric i magnètic.
- Es van dissenyar molts experiments buscant aqueixa relació.
 - Els experiments d'Oersted van demostrar que un corrent elèctric creava un camp magnètic;
 - Faraday (i altres) pretenien trobar el fenomen contrari: generació d'un corrent elèctric a partir d'un camp magnètic.
- Aqueixos nous experiments van obligar a canviar algunes de les equacions de l'electro- i la magnetostàtica.

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.1. Introducció

Resum d'equacions generals

- Tema 7: veurem com, en intentar explicar la creació d'un camp elèctric com a conseqüència d'un camp magnètic variable amb el temps, hem de modificar l'expressió del rotor del camp elèctric, perquè és incompleta:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 + i?$$

- Tema 8: veurem com un camp elèctric variable amb el temps produeix una contradicció que Maxwell va resoldre modificant l'expressió del rotor del camp magnètic, perquè és incompleta:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + i?$$

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

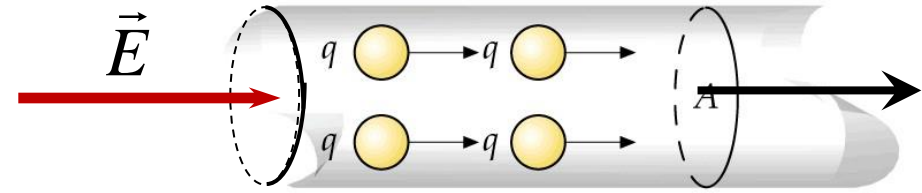
7.2. Força electromotriu

LLEI D'OHM

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

Figura 25.1, Tipler 5a ed.

7.2. Força electromotriu



Llei d'Ohm

- Prèviament, hem dit que dins d'un conductor $E = 0$, perquè suposàvem que les càrregues estaven en repòs.
- Si les càrregues elèctriques es mouen dins d'un conductor, és perquè un camp elèctric les impulsa.
- En la major part dels conductors (medis lineals) es compleix una llei de proporcionalitat: *Llei d'Ohm*

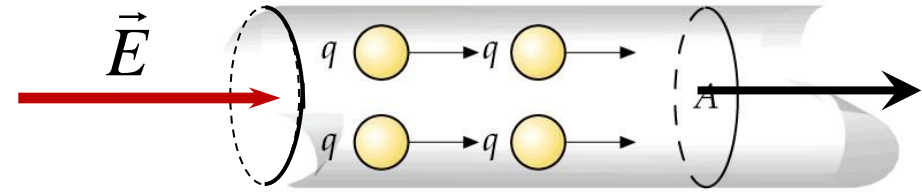
$$\vec{J} \propto \vec{E} \quad \rightarrow \quad \vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{llei experimental})$$

- La constant de proporcionalitat s'anomena **conductivitat del medi**:
 - depèn del material i de la temperatura;
 - en medis isòtrops és un escalar.

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

Figura 25.1, Tipler 5a ed.

7.2. Força electromotriu



Llei d'Ohm

- En conductors perfectes, encara que $J \neq 0$, el camp elèctric dins d'aquestos és zero.
- Si el conductor és perfecte ($\sigma \sim \infty$), $\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} \cong 0$ el camp a l'interior:
 - En la pràctica, el camp elèctric necessari per a arrossegar una càrrega en un bon conductor és negligible.
 - Els cables conductors es poden considerar com a zones a potencial constant (equipotencials).

ddp entre els extrems del cable

- Si el conductor no és perfecte, el camp a l'interior és uniforme:

$$E = V / L$$

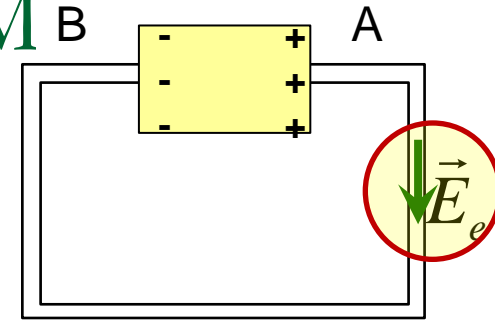
Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.2. Força electromotriu

FORÇA ELECTROMOTRIU

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.2. Força electromotriu



Treball per a moure una q en un circuit

- Un generador és un element que separa càrregues i genera una diferència de potencial entre els seus borns.
- Si es connecta un cable, es crea un camp electrostàtic E_e .
- Aqueix camp electrostàtic E_e arrossega les càrregues des de $A (+)$ fins a $B (-)$ i realitza un treball donat per:

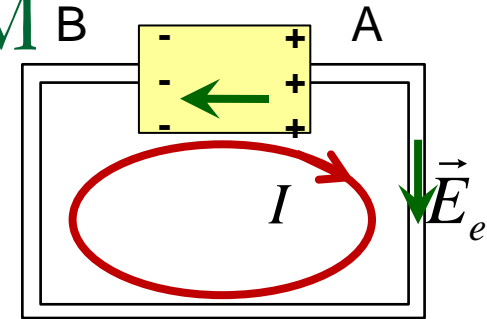
$$\int_{+}^{-} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{+}^{-} q\vec{E}_e \cdot d\vec{l} = q \int_{+}^{-} \vec{E}_e \cdot d\vec{l} \quad \rightarrow \quad \frac{W}{q} = \int_{+}^{-} \vec{E}_e \cdot d\vec{l}$$

- Si ho expressem en funció del potencial:

$$\int_{+}^{-} \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = \int_{+}^{-} (-\vec{\nabla} \phi) \cdot d\vec{l} = V_{+} - V_{-} \quad \text{sent} \quad V_{+} > V_{-}$$

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.2. Força electromotriu



Treball per a moure una q en un circuit

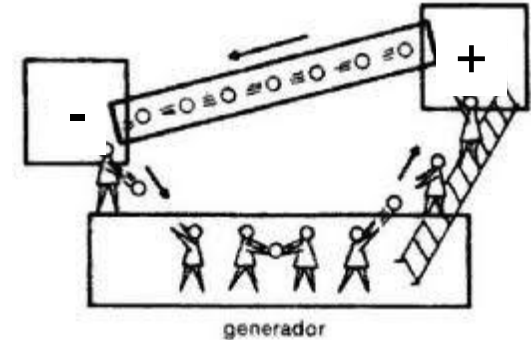
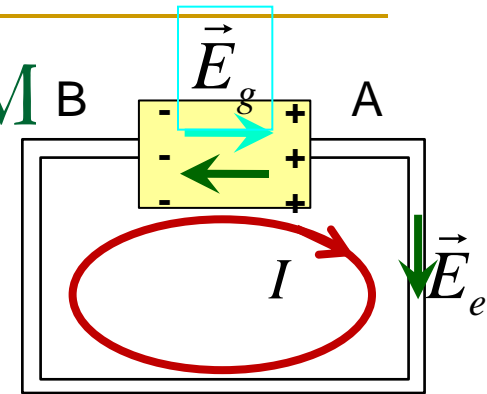
- PERÒ... a l'interior del generador el camp electrostàtic va en sentit contrari i no pot arrossegar les càrregues de B (-) fins a A (+) (la seua circulació és zero): *un camp electrostàtic no pot mantenir un corrent estacionari.*
- Aleshores, qui fa el treball?
- *A l'interior d'un generador existeix (a més a més del camp electrostàtic) un camp electromotor E_g , que porta les càrregues des del born negatiu cap al positiu.*

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.2. Força electromotriu

Característiques del camp electromotor

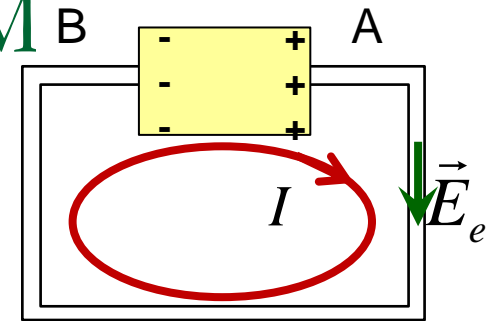
- És de naturalesa no electrostàtica ($\nabla \times E \neq 0$) i existeix només dins del generador.
- Separa les càrregues i les acumula als extrems del generador (borns o pols).
- És el responsable que aparega una diferència de potencial entre els borns (que crea el E_e dins del conductor).
- El camp electromotor està dirigit des del pol negatiu al positiu, ja que arrossega les càrregues en aqueix sentit.



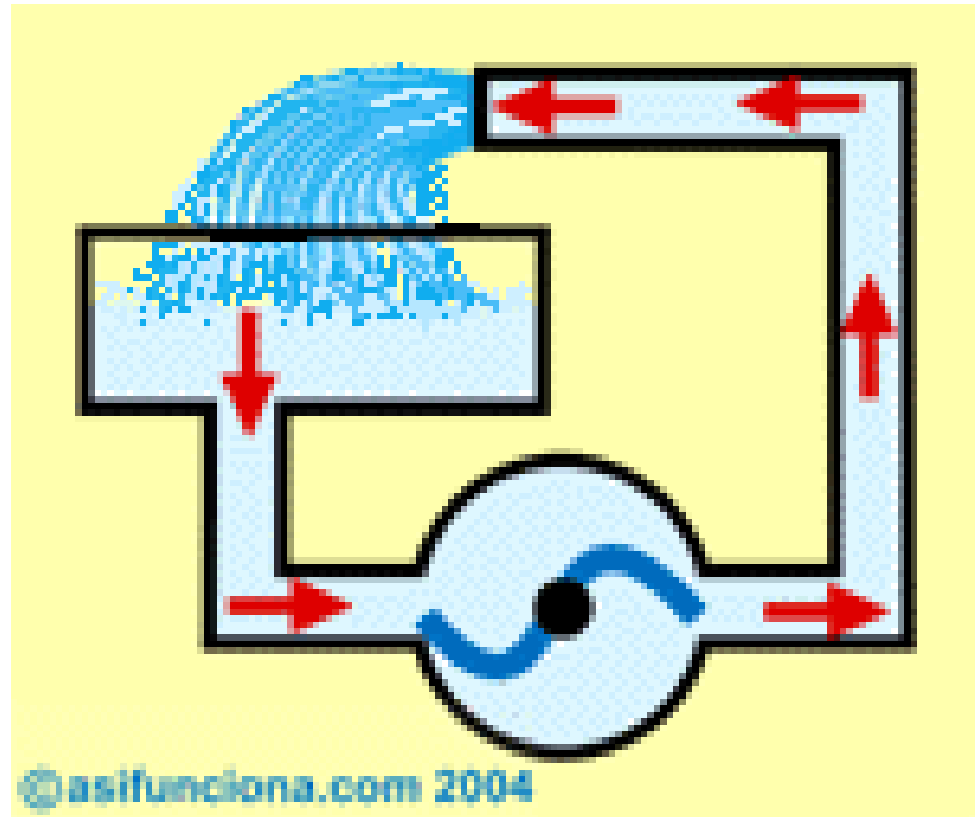
Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.2. Força electromotriu

Característiques del camp electromotor

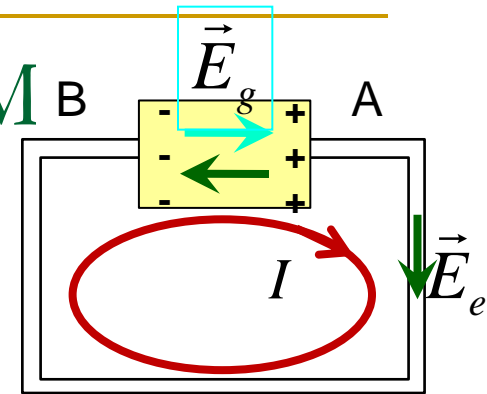


- SÍMIL HIDRÀULIC



Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.2. Força electromotriu



Treball per a moure una q en un circuit

- A l'interior del generador hi haurà dos camps: l'electromotor i l'electrostàtic.

> S'anomena camp efectiu la suma dels dos. Si les càrregues es mantenen separades és perquè el camp electromotor domina; per tant, a l'interior del generador:

$$\vec{E}_{efectiu} = \left[\vec{E}_g + \vec{E}_e \right]_{gen} \approx \vec{E}_g$$

- En el cable només existeix el camp electrostàtic

$$\vec{E}_{cable} = \vec{E}_e$$

que, per ser electrostàtic, compleix $\oint \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.2. Força electromotriu

Treball per a moure una q en un circuit: força electromotriu

- Es defineix la força electromotriu (*fem*) com:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{efec} d\vec{l}$$

– la força electromotriu representa el treball fet sobre la unitat de càrrega perquè recórrega una trajectòria tancada.

- La força electromotriu també es pot expressar com:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{efec} d\vec{l} = \oint (\vec{E}_g + \vec{E}_e) d\vec{l} = \oint \vec{E}_g d\vec{l} + \oint \vec{E}_e d\vec{l} = \int^+ \vec{E}_g d\vec{l}$$

– la *fem* també és el treball que fa el camp electromotor per separar i mantenir separades les càrregues.

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.2. Força electromotriu

Treball per a moure una q en un circuit: força electromotriu

- Quan el circuit està obert, no hi circula corrent. A més a més, el camp elèctric en el cable és nul ($J = \sigma E_e = 0$):

$$\oint \vec{E}_{efec} d\vec{l} = \int_{-}^{+} (\vec{E}_e + \vec{E}_g) d\vec{l} + \int_{+}^{-} (\cancel{\vec{E}_e} + \cancel{\vec{E}_g}) d\vec{l} = 0$$

per tant,

$$\int_{-}^{+} (\vec{E}_e + \vec{E}_g) d\vec{l} = 0 \rightarrow \varepsilon = \int_{-}^{+} \vec{E}_g d\vec{l} = \int_{+}^{-} \vec{E}_e d\vec{l} = V_{+} - V_{-}$$

- En circuit obert la força electromotriu és igual a la diferència de potencial entre els pols + i -.
- UNITATS de la *fem*: volts (V)

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.2. Força electromotriu

Què és un generador; tipus de generadors

- Un generador és un dispositiu capaç de separar càrregues i generar una força electromotriu entre dos pols.
- En general, un generador converteix algun tipus d'energia en energia elèctrica, amb energies de diferent origen:
 - energia química (piles i acumuladors);
 - energia lumínica (cèl·lula solar);
 - energia piezoelèctrica (encenedors de cuina);
 - energia mecànica: DINAMO (espira que gira).

Exemples: centrals hidroelèctriques, c. eòliques, c. termoelèctriques, grups electrògens, bicicletes, llanternes d'agitació, generadors de maneta...

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

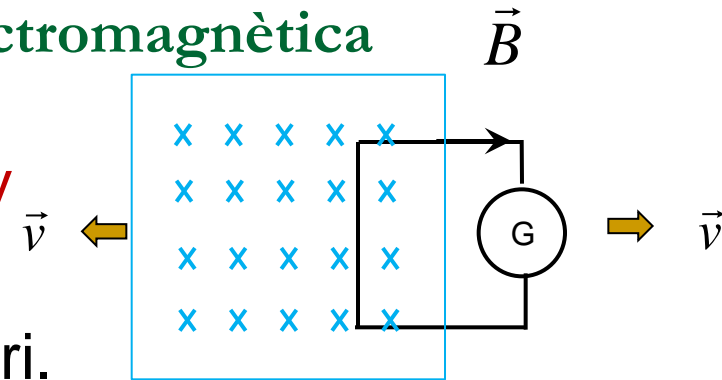
LLEI DE FARADAY

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

Resum dels experiments de Faraday

- Michael Faraday va estudiar fenòmens en règim no estacionari.
- Dispositiu experimental bàsic: zona amb un camp magnètic (entreferro d'un electroimant), circuit mòbil (espira amb galvanòmetre)
- Passa corrent pel circuit:
 - a) quan es mou el circuit cap a la dreta;
 - b) quan es mou el camp cap a l'esquerra;
 - c) quan es canvia la intensitat del camp del imant (modificant el corrent de l'electroimant).



El flux canvia

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

Llei de Faraday-Lenz

- Llei d'inducció de Faraday-Lenz (Faraday-Henry)
“En un circuit tancat, si el flux electromagnètic que el travessa canvia amb el temps, s'indueix un camp elèctric que és proporcional a la variació del flux”.
- El camp elèctric induït serà la suma d'un camp electromotor (no conservatiu) i d'un camp electrostàtic (conservatiu), equivalent al camp efectiu.
- La força electromotriu induïda serà la circulació del camp induït, que es redueix a la del camp electromotor:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_e + \vec{E}_g \quad \oint \vec{E}_e d\vec{l} = 0 \quad \rightarrow \quad \oint \vec{E}_g d\vec{l} = \varepsilon \neq 0$$

no localitzat

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROM

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

Llei de Faraday-Lenz

- Si el flux ve donat per:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

la força electromotriu serà

$$\varepsilon = -K \frac{d\Phi}{dt}$$

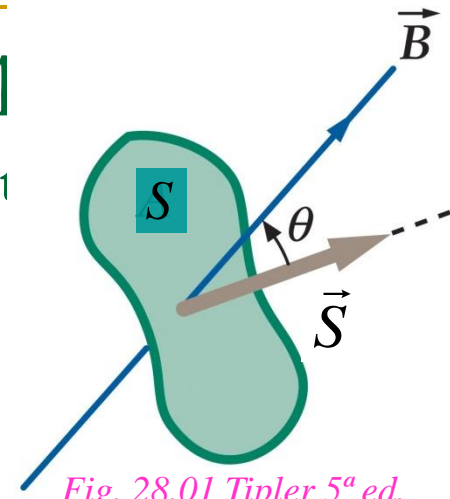
- K és una constant de proporcionalitat (en el SI, $K = 1$)
- el signe negatiu dóna compte de la llei de Lenz:

“El sentit del corrent induït és tal que el flux del camp magnètic associat a aquest s’oposa a la variació del flux que l’ha originat”.

- Aleshores:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Llei d’inducció de Faraday-Lenz



Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

Llei de Faraday-Lenz: fenòmens físics recíprocs

- El corrent induït està produït pel camp elèctric efectiu; al seu torn, aquest corrent crea un camp magnètic; per tant, podem posar que:

$$\vec{E}_{efec} \rightarrow \vec{J} = \sigma \vec{E}_{efec} \rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

- La llei de Faraday-Lenz descriu el fenomen invers: un camp magnètic variable amb el temps crea un camp elèctric induït:

$$\vec{B} \rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \mathcal{E} = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

- Fenòmens recíprocs: electricitat i magnetisme estan relacionats.

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

VARIACIÓ DEL FLUX

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

Possibles variacions de flux

- Derivant l'expressió del flux:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

- Les possibles causes d'una variació de flux són:
 - a) camp magnètic variable amb t , superfície constant
 - b) camp magnètic constant, superfície variable amb t
 - c) circuit que es desplaça en un camp variable (r i/o t)
 - d) combinació dels anteriors

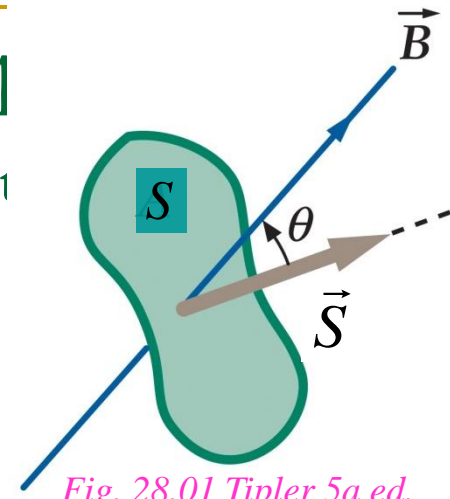
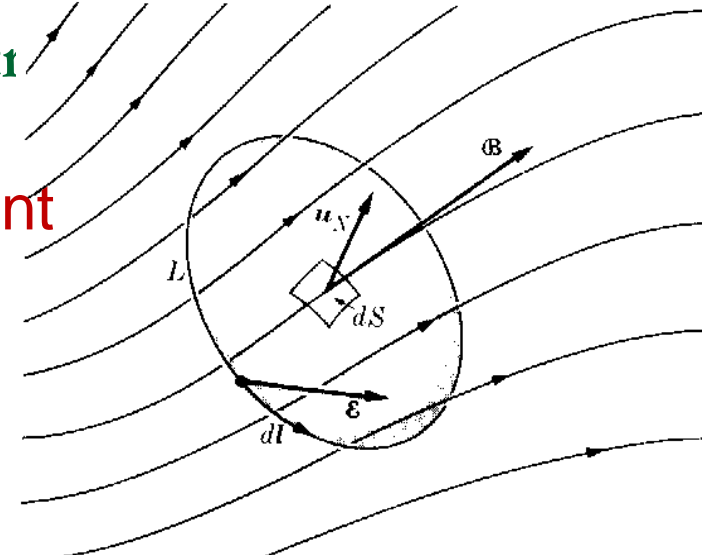


Fig. 28.01 Tipler 5a ed.

- mòdul variable
- angle θ variable

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electri



a) Camp B variable, superfície constant

- La superfície del circuit és constant i no es mou

- El flux serà:
$$\Phi = \int_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{S}$$

- La força electromotriu:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{d\vec{B}(t)}{dt} \cdot d\vec{S} \quad \varepsilon = \oint \vec{E} d\vec{l} = \int_S \vec{\nabla} \times \vec{E} d\vec{S}$$

- Igualant:
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}(t)}{dt}$$
 Llei de Faraday-Lenz (forma diferencial)

>> Les variacions del camp magnètic són fonts de rotor.

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

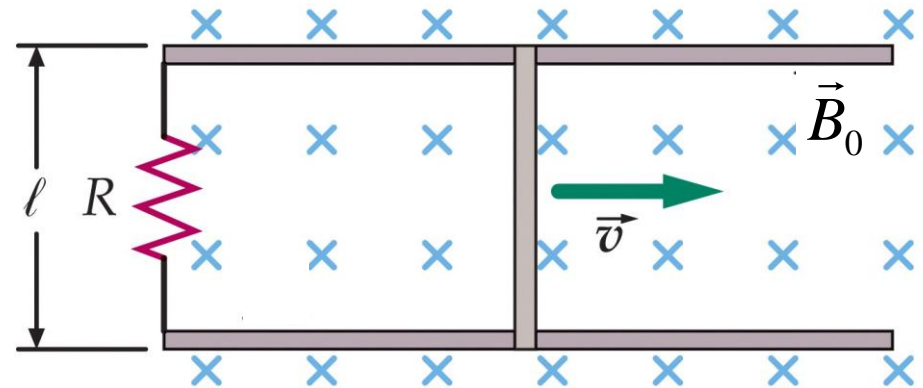
b) Camp B constant, superfície variable

Fig. 28.22 Tipler 5a ed.

- La sup. augmenta en desplaçar-se un lateral:

$$S = l \cdot x(t)$$

- El flux i la fem:



$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \int_0^x l dx' = Blx = Blvt \quad \rightarrow \quad \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Blv$$

- Si la resistència del fil és R , el corrent induït:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-Blv}{R}$$

Es tria el sentit del vector $d\vec{S}$ perquè siga el mateix que el de B

Sentit de I oposat a sentit de referència

Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

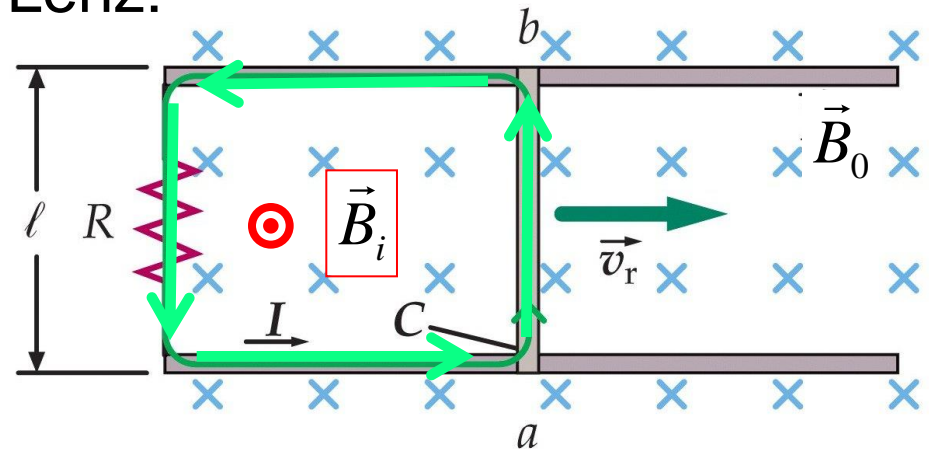
b) Camp B constant, superfície variable

- Per determinar el sentit del corrent induït a partir de Lenz:

- en augmentar S , augmenta el flux;
- per tant, el corrent induït ha de ser tal que disminueixca el flux.

- El flux disminuirà si el camp creat pel corrent induït té direcció oposada al camp magnètic inicial.
- Per tant, el corrent té sentit antihorari.

Fig. 28.23 Tipler 5a ed.



Tema 7: INDUCCIÓ ELECTROMAG.

7.3. Llei de Faraday de la inducció electromagnètica

EXEMPLES

- 1. Càlcul de la *fem* induïda sobre una espira de radi a i resistència R quan es troba en presència d'un camp magnètic variable en la forma

$$\vec{B} = B_z(t) \vec{u}_z \qquad B_z(t) = B_0 e^{-t/\tau}$$

- 2. Càlcul de la *fem* induïda sobre una espira quadrada de costats a i b que gira amb velocitat angular constant ω en presència d'un camp magnètic uniforme B :

$$\vec{B} = B_0 \vec{u}_x$$