

---

# Tema 1: INTRODUCCIÓ A L'ELECTROMAGNETISME

---

## 1.0. Càlcul vectorial

### 1.1. La interacció electromagnètica en la física

### 1.2. Càrregues i corrents

### 1.3. La conservació de la càrrega. Equació de continuïtat.

### 1.4. Determinació unívoca d'un camp vectorial. Teorema de Helmholtz

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.1 La interacció electromagnètica en la física

### Forces conegudes en l'actualitat

- Força: manté units protons i neutrons a l'interior del nucli; abast molt curt.
- Dèbil: dóna compte de la desintegració gamma; abast molt curt.
- Electromagnètica: atracció entre càrregues, abast mitjà.
- Gravitatòria: molt dèbil; abast llarg.
- La força electromagnètica:
  - A escala humana és la que **domina**.
  - És la única **totalment coneguda** (a escala atòmica i a velocitats relativistes).

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.1 La interacció electromagnètica en la física

Electró en grec

L'**electromagnetisme** és antic

- Xina (2500 a. C.): brúixola
- Grecs (600 a. C.): en refregar l'ambre, adquiria la capacitat d'atraure trossos de paper i palla.
- També: certes pedres de l'illa de Magnèsia atreïen trossos de ferro.
- William Gilbert (1600), en la seua obra *De magnete*, diferencia per primera vegada els fenòmens d'electricitat i magnetisme.
- Cavendish i Coulomb (1725): llei d'atracció entre les càrregues elèctriques mitjançant una balança de torsió.

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

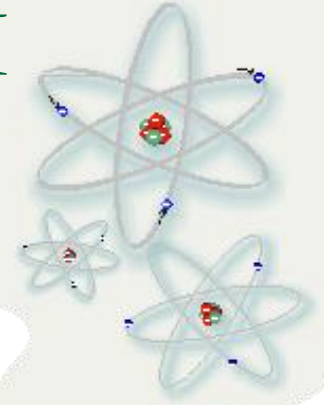
## 1.1 La interacció electromagnètica en la física

**Segle XIX:** bases de l'EM, esplendor

- La invenció de la pila elèctrica per Volta (1800) va permetre generar corrents elèctrics permanents: nous fenòmens.
- Oersted (1820): primera relació experimental entre electricitat i magnetisme: un corrent desvia una agulla imantada (una brúixola).
- Michael Faraday (1831): descobriment invers, un imant pot produir un corrent elèctric transitori.
- Clerk Maxwell (1872): ampliació i formulació matemàtica: electricitat i el magnetisme, junt amb òptica, segueixen un conjunt únic de lleis.

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.1 La interacció electromagnètica en la física



### Curiositat

- Newton (1680)
- Coulomb (1725)
- Per a dos electrons,  
 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$   
 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \left( \frac{e}{m_e} \right)^2 = 4 \times 10^{42} \text{ !!}$$

Nombre molt gran, però que es repeteix en l'Univers!

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.1 La interacció electromagnètica en la física

### Hipòtesi dels nombres grans

- Dimensió de l'Univers:  $\approx 10^{27}$  m ( $10^{10}$  anys-llum)
- Radi del nucli:  $\approx 10^{-15}$  m

*Relació:  $\approx 10^{42}$*

- Edat de l'univers:  $\approx 10^{18}$  s (13 700 Ma)
- Longevitat de les partícules de vida més curta:  $\approx 10^{-24}$  s

*Relació:  $\approx 10^{42}$*

- La relació  $10^{42}$  pareix posar en connexió magnituds extremes de l'Univers: ofereix un enllaç entre electromagnetisme i forces gravitacionals.
- Teorema del virial, Univers harmònic, vegeu en:

<http://www.colutron.com/products/cosmos.html>

*chapter 8*

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.1 La interacció electromagnètica en la física

### FONTS DEL CAMP ELECTROMAGNETIC

- Càrregues en repòs i/o en moviment (no relativista)

### Propietats de la càrrega elèctrica:

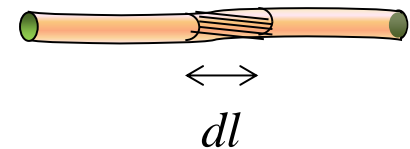
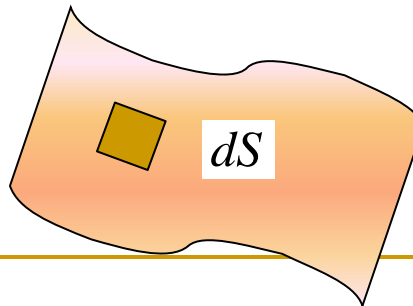
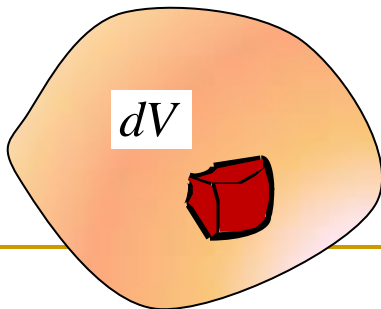
- Dual: dos tipus de càrrega
  - que es cancel·len entre si (positiva i negativa)
- La càrrega es conserva: no es pot crear ni destruir
- La càrrega està quantificada:  $q = \pm N e$ 
  - càrrega fonamental ( $e$ )
  - Unitat en el SI: coulomb (C) :  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- La càrrega és un invariant relativista:  $q$  és la mateixa, independentment del sistema de referència i velocitat.

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

### Càrregues puntuals i densitats de càrrega

- Càrregues puntuals: distribució discreta de  $q$  amb grandària negligible
- Distribució de càrregues: distribució contínua de  $q$
- Notació:
  - $\rho$ : densitat volumètrica de càrrega ( $dq/dV$ ,  $C/m^3$ )
  - $\sigma$ : densitat superficial de càrrega ( $dq/dS$ ,  $C/m^2$ )
  - $\lambda$ : densitat lineal de càrrega ( $dq/dl$ ,  $C/m$ )



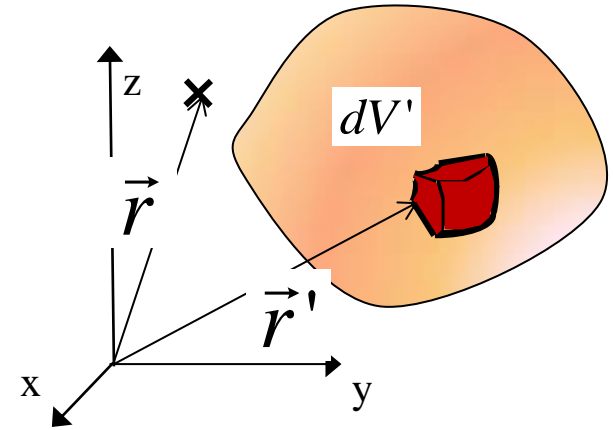


# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

### Notació $r, r'$

- Posició punt camp:  $r$
- Posició punt font:  $r'$
- Exemple: Elements de càrrega en coord. cartesianes:



$$dq = \rho(x', y', z') dV' \quad \rightarrow \quad Q = \int_{V'} dq = \int_{V'} \rho(x', y', z') dx' dy' dz'$$

$$dq = \sigma(x', y', z') dS' \quad \rightarrow \quad Q = \int_{S'} dq = \int_{S'} \sigma(x', y', z') dx' dy'$$

$$dq = \lambda(x', y', z') dL' \quad \rightarrow \quad Q = \int_{L'} dq = \int_{L'} \lambda(x', y', z') dx'$$

- *Electrostàtica*: densitats de càrrega funció de la posició
- *Electrodinàmica*: ídem i/o funció del temps

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

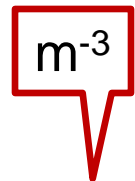
### Càrregues puntuals

- Una càrrega  $Q$  distribuïda uniformement en una esfera de radi  $a$   
... si ens allunyem prou ( $r \gg a$ ), la càrrega es veurà puntual.

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$

- Matemàticament:

$$Q = \lim_{\substack{V \rightarrow 0 \\ \rho V = cte}} \rho V$$


$$m^{-3}$$

- Per operar, delta de Dirac:

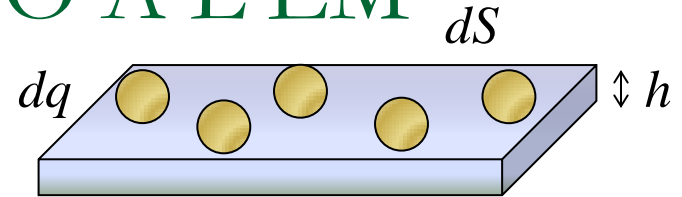
$$\rho(\vec{r}) = Q\delta(\vec{r} - \vec{r}')$$

- Tal que:

$$\int_{V'} \rho(\vec{r}') dV' = \int_{V'} Q\delta(\vec{r} - \vec{r}') dV' = Q \int_{V'} \delta(\vec{r} - \vec{r}') dV' = Q$$

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

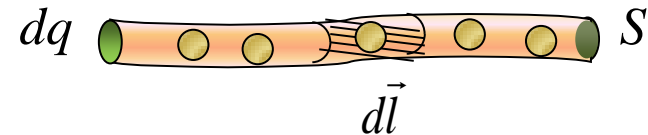


### Densitats de càrrega superficial

- Càrrega  $Q$  distribuïda uniformement en el gruix  $h$  molt menut i constant d'una làmina d'àrea  $dS$  ( $h \ll dS$ )

$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{dq}{h \cdot dS} \quad \sigma = \frac{dq}{dS} = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ \rho h = cte}} \rho h \quad Q = \int_{S'} \sigma(\vec{r}') dS'$$

### Densitats de càrrega lineal:



- Càrrega  $Q$  distribuïda uniformement en la secció molt menuda i constant d'una línia de longitud  $dl$  ( $S \ll dl$ )

$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{dq}{S \cdot dl} \quad \lambda = \frac{dq}{dl} = \lim_{\substack{S \rightarrow 0 \\ \rho S = cte}} \rho S \quad Q = \int_{L'} \lambda(\vec{r}') dl'$$

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

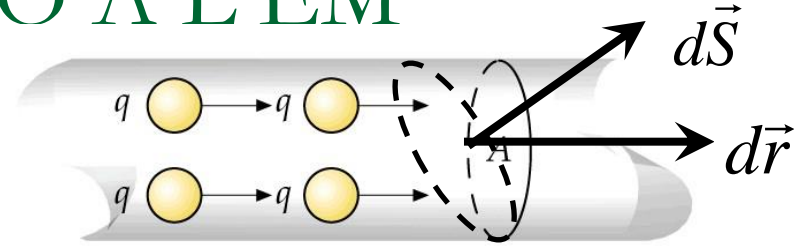
### Densitats de corrent

- Es té un corrent elèctric quan la càrrega elèctrica es posa en moviment.
- Exemples: cable conductor, electròlisi
- Representació del corrent: densitat de corrent
- Notació:
  - $\vec{J}$  : densitat volumètrica de corrent que travessa  $S$
  - $\vec{K}$  : densitat superficial de corrent que travessa  $L$
- Magnetostàtica (corrents estacionaris): densitats de corrent que poden variar amb la posició, però no amb el temps.
- Magnetodinàmica: densitats de corrent varien amb el temps

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

Fig. 25.01 Tipler 5ª ed.

## 1.2 Càrregues i corrents



### Densitat de corrent $\vec{J}$

- Densitat volumètrica de  $q$  es desplaça amb velocitat  $v$ :

$$\vec{J}(\vec{r}', t) = \rho(\vec{r}', t) \cdot v(\vec{r}', t) \quad (\text{flux} : C / m^2 s)$$

- Cas general:  $\vec{J}$  travessa una superfície  $d\vec{S}$ :

$$\vec{J} \cdot d\vec{S} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} = \frac{dq}{dV} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{S} = \frac{dq}{dV} \frac{dV}{dt} = \frac{dq}{dt} \Big|_{d\vec{S}}$$

(es compleix que  $d\vec{r} \cdot d\vec{S} = dV$  siga  $dS$  transversal o no a  $dr$ )

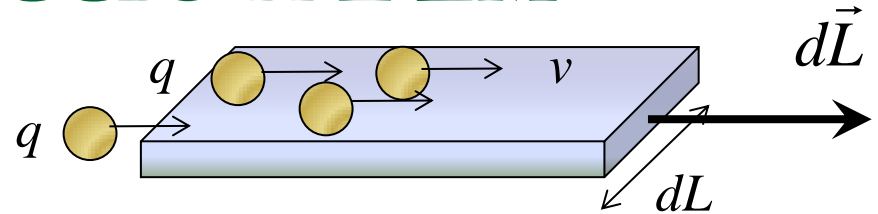
- Integrant per a tota la superfície, s'obté la **INTENSITAT DEL CORRENT ELECTRIC**

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- Unitats de  $I$  en el SI: ampere (A) (escalar que pot ser + o -)
- **Unitats de  $\vec{J}$**  en el SI: A/m<sup>2</sup> (vector)

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents



### Densitat de corrent $\vec{K}$

- Densitat superficial de càrrega que es desplaça amb  $v$ :

$$\vec{K}(\vec{r}', t) = \sigma(\vec{r}', t) \cdot v(\vec{r}', t) \quad (\text{flux lineal} : C / m \cdot s)$$

- Cas general:  $d\vec{K}$  travessa una longitud  $d\vec{L}$

$$\vec{K} \cdot d\vec{L} = \sigma \vec{v} \cdot d\vec{L} = \frac{dq}{dS} \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{L} = \frac{dq}{dS} \frac{dS}{dt} = \frac{dq}{dt} \Big|_{d\vec{L}}$$

Vector normal a  $dL$

(es compleix que  $d\vec{r} \cdot d\vec{L} = dS$  siga  $dL$  transversal o no a  $dr$ )

- Integrant per a tota la línia, s'obté la càrrega que travessa aqueixa línia per unitat de temps = **INTENSITAT**

- **Unitats de  $\vec{K}$**  en el SI: A/m (vector)

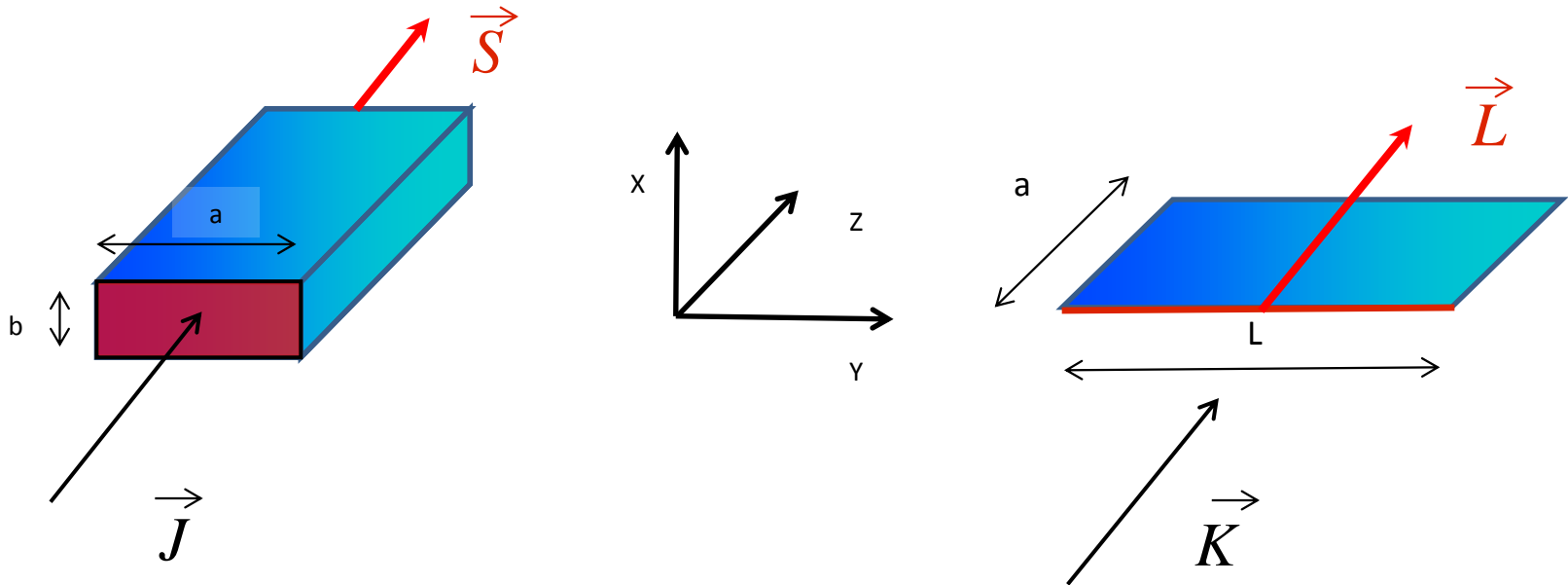
$$I = \int_L \vec{K} \cdot d\vec{L}$$

# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

### Densitats de corrent $\vec{J}$ i $\vec{K}$

- Simetria rectangular, vectors:



# TEMA 1: INTRODUCCIÓ A L'EM

## 1.2 Càrregues i corrents

### Densitats de corrent $\vec{J}$ i $\vec{K}$

- Simetria cilíndrica, vectors:

