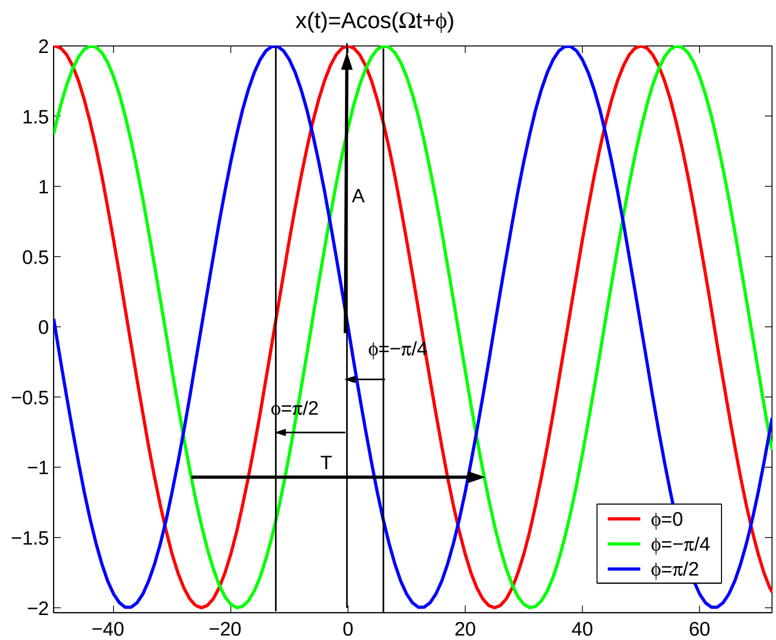
Tema 2. Conversión AD/DA.

2.1. Señales sinusoidales continuas:

Una señal sinuosidad continua viene definida por:
$x(t) = A \cdot \cos(\Omega t + \phi)$

A: Amplidud
Ω: Frecuencia angular ($\Omega = 2\pi F$ rad/s)
F: Frecuencia (F=1/T Hz)
T:Período
ϕ: Fase inicial o desfase.

SEÑALES SINUSOIDALES: CARACTERÍSTICAS



<u>Algunas propiedades</u>:

Equivalencia: $\sin(\theta) = \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$

Periodicidad: $\cos(\theta) = \cos(\theta + 2k\pi) \quad k \in Z$

Coseno par: $\cos(\theta) = \cos(-\theta)$

Seno Impar: $\sin(\theta) = -\sin(-\theta)$

Trigonométricas:
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

EXPONENCIALES COMPLEJAS:

NÚMEROS COMPLEJOS EN FORMA BINÓMICA:

Número complejo: $z = x + jy$
Conjugado: $z^* = x - jy$
Parte real: $\mathrm{Re}\{z\} = x$
Parte imaginara $\mathrm{Im}\{z\} = y$
Módulo: $|z| = \sqrt{z \cdot z^*} = \sqrt{x^2 + y^2}$
Fase: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}\{z\}}{\mathrm{Re}\{z\}}\right)$

NÚMEROS COMPLEJOS EN FORMA POLAR:

Número complejo: $z = r \cdot e^{j\theta}$
Conjugado: $z = r \cdot e^{-j\theta}$
Parte real: $\mathrm{Re}\{z\} = r \cdot \cos\theta$
Parte imaginara $\mathrm{Im}\{z\} = r \cdot \sin\theta$
Módulo: $|z| = \sqrt{z \cdot z^*} = r$
Fase: θ

FORMULAS DE EULER:

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \qquad \sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

REPRESENTACIÓN DE SINUSOIDES MEDIANTE FASORES

$$x(t) = A \cdot \cos(\Omega t + \phi) = A \cdot \mathrm{Re}\left\{e^{j(\Omega t + \phi)}\right\}$$

REPRESENTACIÓN DE SEÑALES MÁS COMPLEJAS

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N} A_k \cdot \cos(2\pi F_k t + \phi_k)$$

Espectro de una señal continua:

El espectro es una representación gráfica de las distintas frecuencias presentes en dicha señal (Amplitudes y fases)

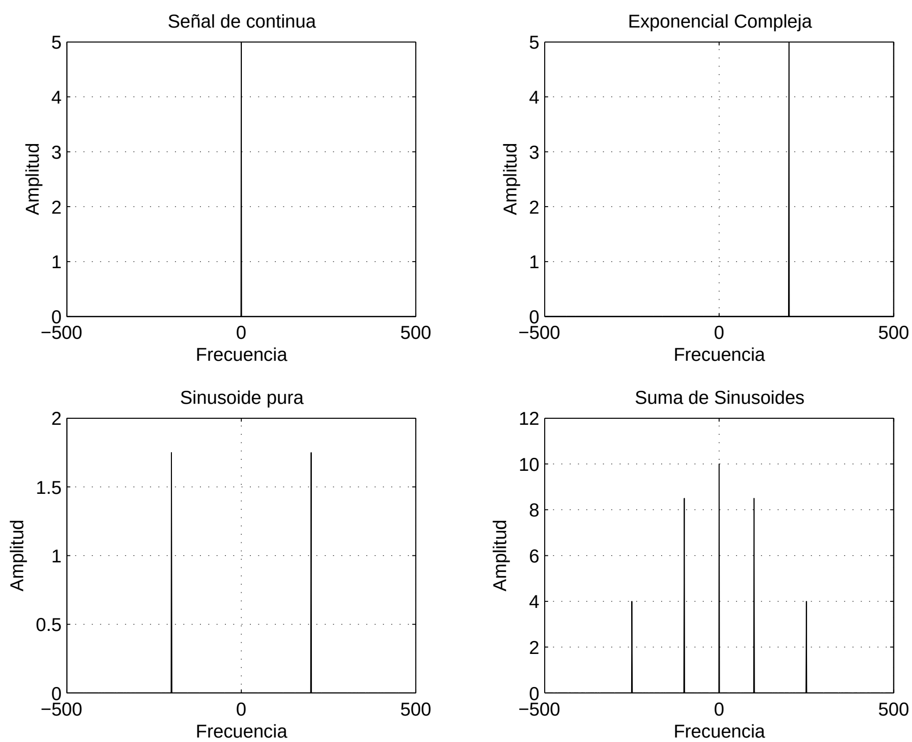
Dado que $z + z^* = 2\,\mathrm{Re}\{z\}$

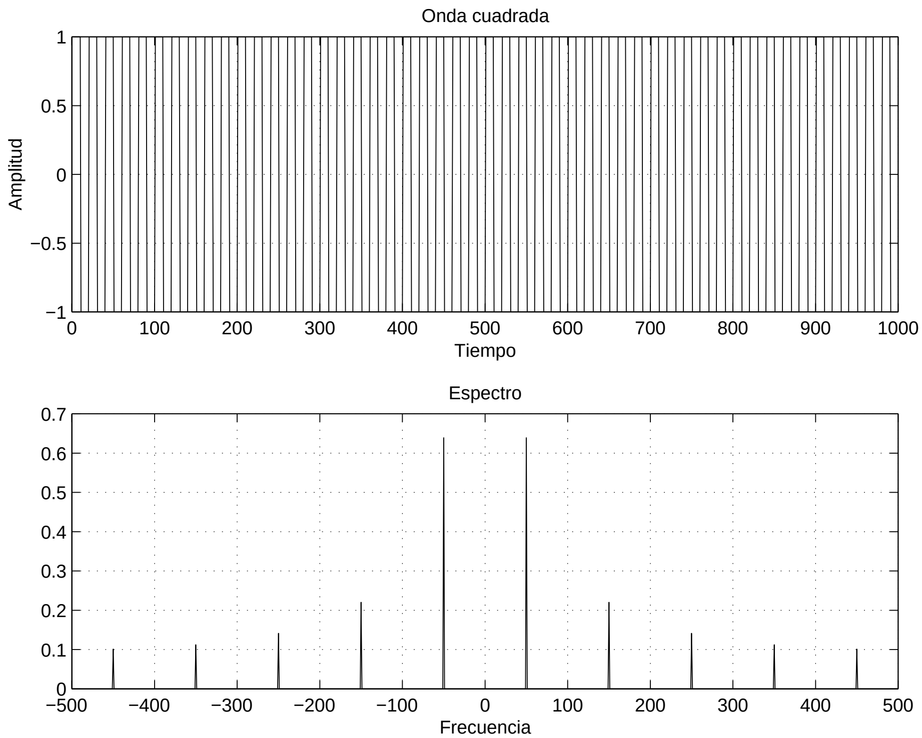
Una señal formada por una suma de sinusoides la podemos escribir de la forma:

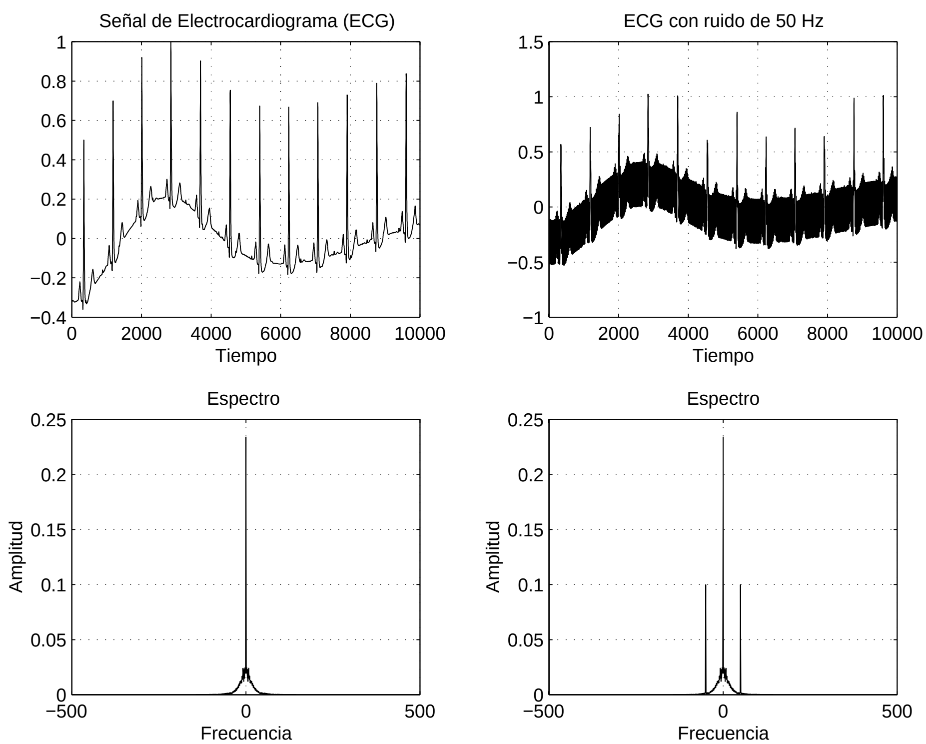
$$x(t) = X_0 + \sum_{k=1}^{N} \left\{ \frac{X_k}{2} e^{j(2\pi F_k t + \phi_k)} + \frac{X_k}{2} e^{-j(2\pi F_k t + \phi_k)} \right\}$$

Frecuencia	Amplitud	Fase
F_0	X_0	ϕ_0
F_1	$X_1/2$	ϕ_1
$-F_1$	$X_1/2$	$-\phi_1$

ESPECTRO DE AMPLITUD DE VARIAS SEÑALES







Ejercicio: Dibuja el espectro de $x(t) = \sin(10\pi t) \cdot \cos(\pi t)$

Ejercicio:
Justificar que la suma de sinusoides de igual frecuencia es otra sinusoide de la misma frecuencia. Determina la amplitud y la fase de la sinusoide suma. (Ayuda: utiliza la representación mediante fasores)

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N} A_k \cdot \cos(2\pi F_k t + \phi_k)$$

Definición:
Un conjunto de sinuosides se dice que están ARMÓNICAMENTE RELACIONADAS si sus frecuencias son un múltiplo entero de una frecuencia fundamental

$F_k = kF_o \quad F_0 = Frecuencia \quad fundamental$

La señal *x(t)* es una suma de sinusoides armónicamente relacionadas

$$x(t) = X_0 + \mathrm{Re}\left\{ \sum_{k=1}^{N} X_k \cdot e^{j(2\pi k F_0 t + \phi_k)} \right\}$$

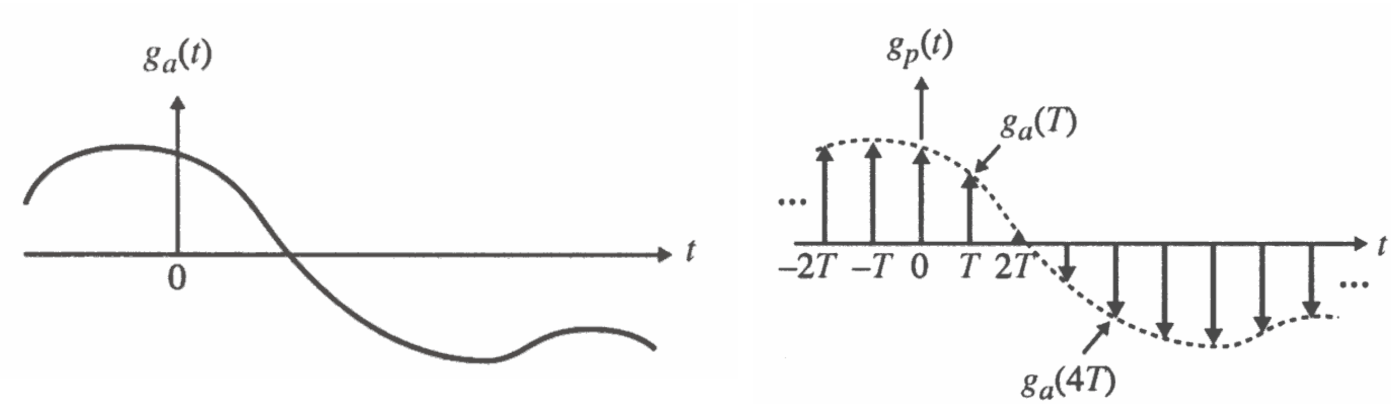
Definición:
Una señal x(t) es **periódica** si verifica que $x(t) = x(t+T)$ T es el período

Ejercicio:
Verificar que una señal x(t) que es una suma de sinusoides armonicamente relacionadas es una señal periódica de período $T_0=1/F_0$. (**Ayuda**: aplica directamente la definición)

Conversión Analógica Digital (AD).

Es la primera etapa de un sistema de procesado digital. La conversión AD está formada por tres etapas: Muestreo, Cuantificación y Codificación.

$$\text{Conversión AD}\begin{cases}\text{Muestreo}:\begin{pmatrix}\text{Amplitud continua} & \Rightarrow & \text{Amplitud continua}\\ \text{tiempo continuo} & & \text{tiempo discreto}\end{pmatrix}\\ \text{Cuantización}\begin{pmatrix}\text{Amplitud continua} & \Rightarrow & \text{Amplitud discreta}\\ \text{tiempo discreto} & & \text{tiempo discreto}\end{pmatrix}\\ \text{Codificación : Representación de las señales mediante una}\\ \text{secuencia de bits}\end{cases}$$



Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra.

Durante el muestreo tomamos valores de la señal continua a intervalos de tiempo regulares (MUESTREO UNIFORME).

El tiempo entre muestras (T o T_s) se denomina **período de muestreo.**
La señal muestreada la denotamos por *x(nT)*, o *x(n)* siendo n el índice de la muestra.

$$x(n) = x(t)\big|_{t=nT_s} \qquad -\infty \leq n \leq \infty$$

La inversa del período de muestreo se denomina **Frecuencia de Muestreo** $F_s = \dfrac{1}{T_s}$.

El sistema que realiza la conversión Continuo- Discreto es el **Conversor Analógico Digital.**

A cada valor de la variable discreta x(n), al variar el índice n se le denomina **muestra**. Aunque x(n) indica x(nT), la variable T no se suele indicar.

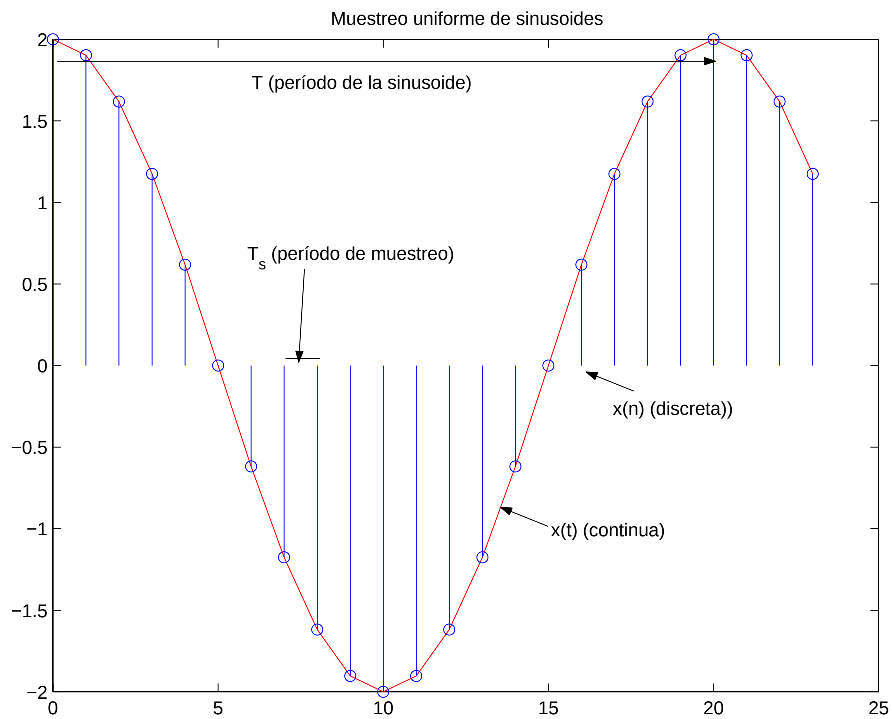
Muestreo de sinusoides

$x(t) = A\cos(\Omega t + \phi)$ con $t = nT_s = \frac{n}{F_s}$ tenemos $x(n) = A\cos\left(2\pi \frac{F}{F_s} n + \phi\right)$

Frecuencia angular normalizada: $\omega = 2\pi \frac{F}{F_s}$

Frecuencia normalizada: $f = \frac{F}{F_s}$

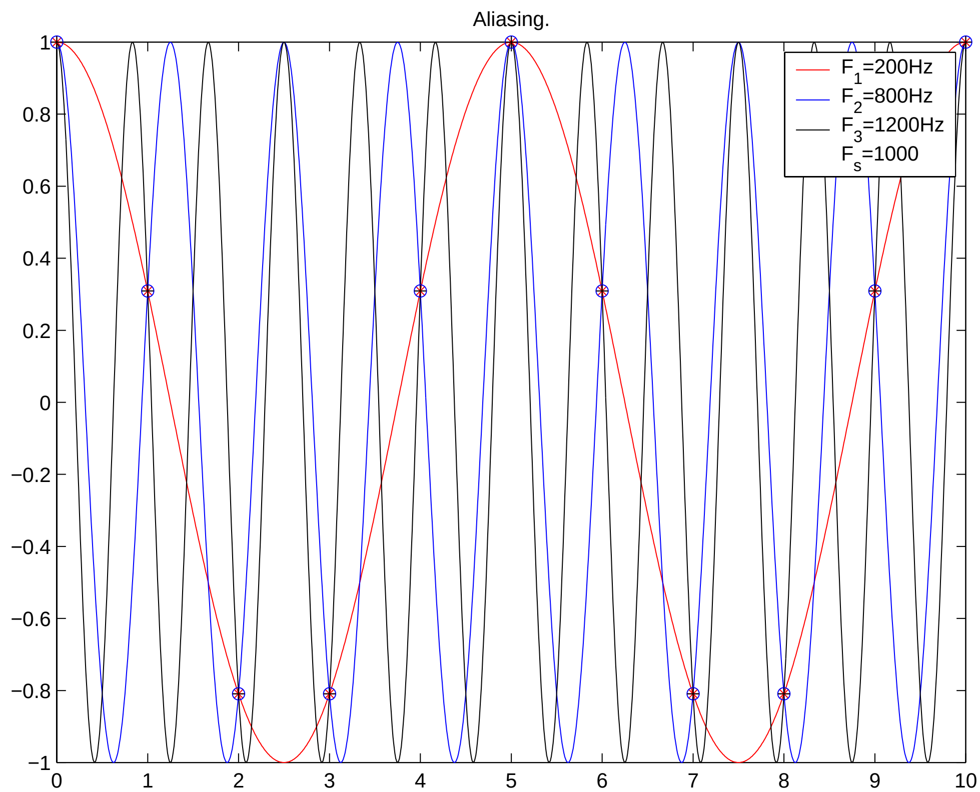
Una vez se ha realizado el muestreo se pierde la información temporal ya que la secuencia x(n) no contiene información sobre la frecuencia de muestreo.



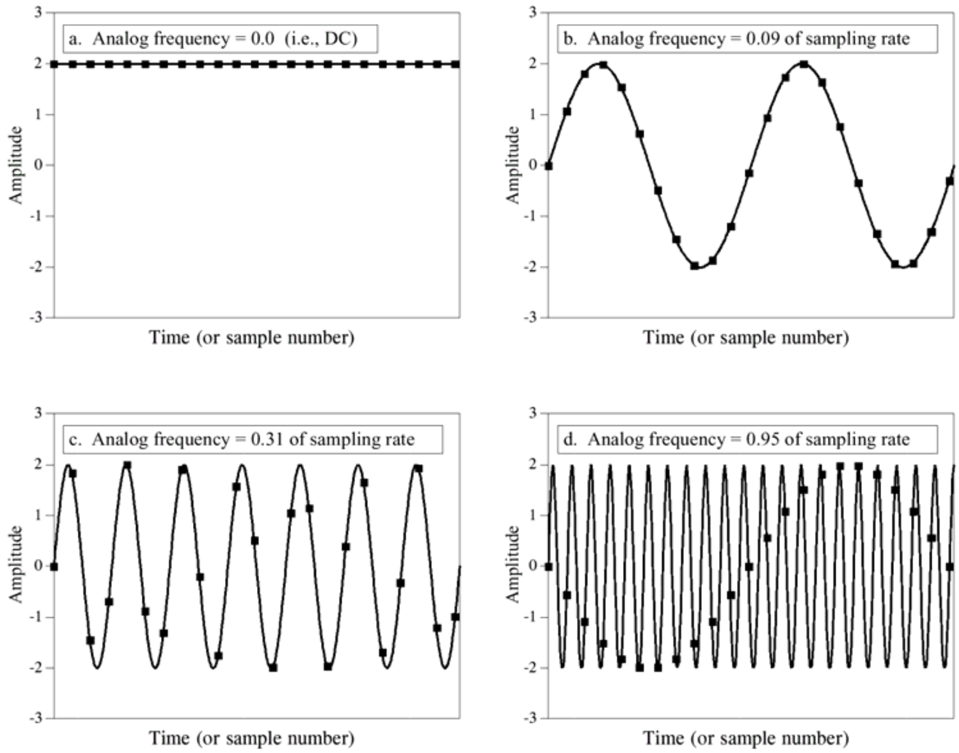
TEOREMA DE MUESTREO

Consideremos las tres sinusoides analógicas de frecuencias 200 Hz, 800Hz y 1200 Hz muestreadas a 1000Hz. Las señales digitales obtenidas son idénticas mientras que las señales analógicas son distintas.

¿PODEMOS UTILIZAR CUALQUIER FRECUENCIA DE MUESTREO?



LAS MUESTRAS OBTENIDAS SON IDÉNTICAS PARA LAS TRES SINUSIODES ANALÓGICAS.
¿PODREMOS SABER CUÁL ES LA SINUSIODE ANALÓGICA ORIGINAL A PARTIR DE LAS MUESTRAS DISCRETAS?



Extraído de: The Scientish and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. SW Smith.

TEOREMA DE MUESTREO O TEOREMA DE SHANNON:

Una señal continua x(t) con frecuencias menores que Fmax, puede ser reconstruida exactamente a partir de sus muestras $x(n) = x(t)\big|_{t=nT_s} \quad -\infty \leq n \leq \infty$, si la frecuencia de muestreo es $F_s \geq 2F_{\max}$

La mínima frecuencia de muestreo que verifica este teorema se denomina Frecuencia de Nyquist o Tasa de Nyquist ($F_{Nyquist} = 2F_{\max}$)[1]

Si $F_s > 2F_{\max} = F_{Nyquist}$ se denomina sobremuestreo (*oversampling*)

Si $F_s < 2F_{\max} = F_{Nyquist}$ se denomina submuestreo (under*sampling*)

Si $F_s = 2F_{\max} = F_{Nyquist}$ se denomina muestreo crítico.

[1] Téngase en cuenta que una sinusoide pura puede ser no recuperable a partir de sus muestras si se muestrea a la frecuencia de Nyquist ya que obtendríamos $x(n) = A\sin(\pi n)$ cuyas muestra son siempre 0, pero sí se puede recuperar si tiene cierto desfase $x(n) = A\sin(\pi n + \phi)$

Comparación entre sinusoides continuas y discretas:

Continuas: $x(t) = A\cos(2\pi F t + \phi)$

- Se trata de señales periódicas para todo valor de F
- Las señales en tiempo continuo de frecuencias distintas son distintas.
- El aumento de F supone un aumento de la tasa de oscilación el intervalo de variación es $0 \le F \le \infty$

Discretas: $x(n) = A\cos(2\pi f n + \phi)\; con \quad f = \frac{F}{F_s}$

- Son señales periódicas sólo si su frecuencia es un número racional.

$$f = \frac{k}{N} \quad k, N \in Naturales$$

- Las sinusoides discretas cuyas frecuencias están separadas un múltiplo de 2π son idénticas.

$\omega_k = \omega_o + 2k\pi \quad k = 0,1,2,...y \quad -\pi \le \omega_o \le \pi$ son idénticas.

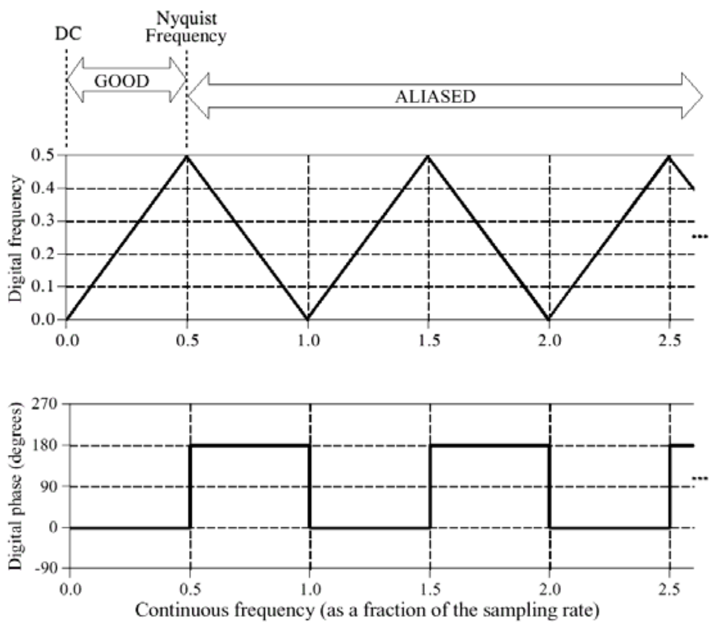
Si lo expresamos en frecuencias como $f = \frac{F}{F_s}$ y muestreamos a la tasa de Nyquist tenemos que $-\frac{1}{2} \le f \le \frac{1}{2}$

- La mayor tasa de oscilación en una sinusoide en tiempo discreto se alcanza cuando ω= π (ó ω= -π) o equivalentemente f=1/2 (ó f=-1/2)

Las sinusoides analógicas de frecuencias $F_k = F_o \pm kF_s$, al ser muestreadas a una frecuencia Fs originan las mismas muestras que la señal analógica de frecuencia Fo ($-\frac{F_s}{2} \le F_o \le \frac{F_s}{2}$), se dice que estas frecuencia son ***alias*** de Fo, para esta frecuencia de muestreo. A este efecto se le denomina ALIASING.

Las frecuencias analógicas en el intervalo $\frac{F_s}{2} \le F_o \le F_s$ al ser muestreadas a una frecuencia Fs aparecen como frecuencias que son su reflejo respecto de Fs/2 por esta razón a Fs/2 se le denomina FRECUENCIA DE PLEGADO.

Señales en tiempo continuo		Señales en tiempo discreto
$\Omega = 2\pi F$		$\omega = 2\pi f$
rad/sec, Hz		rad/muestra, ciclos/muestra
$-\infty < F < \infty$	$\omega = \Omega T,\ f = F/F_s \rightarrow$	$-1/2 < f < 1/2$
$-\infty < \Omega < \infty$	$\leftarrow \Omega = \omega/T,\ F = fF_s$	$-\pi < \omega < \pi$



Extraido de: The Scientish and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. SW Smith.

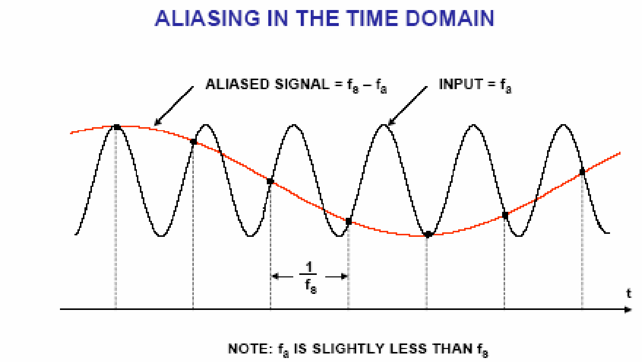


Figure 2.3

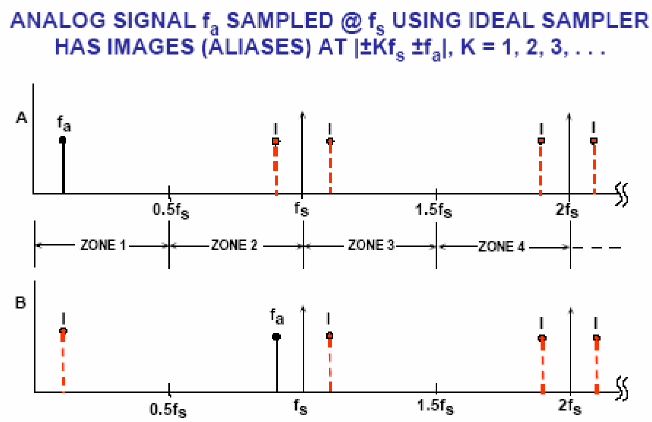


Figure 2.4

Extraido de: Digital Communications. Fundamentals and Applications. B. Sklar.

Regla Práctica para determinar las frecuencias aparentes cuando se produce aliasing

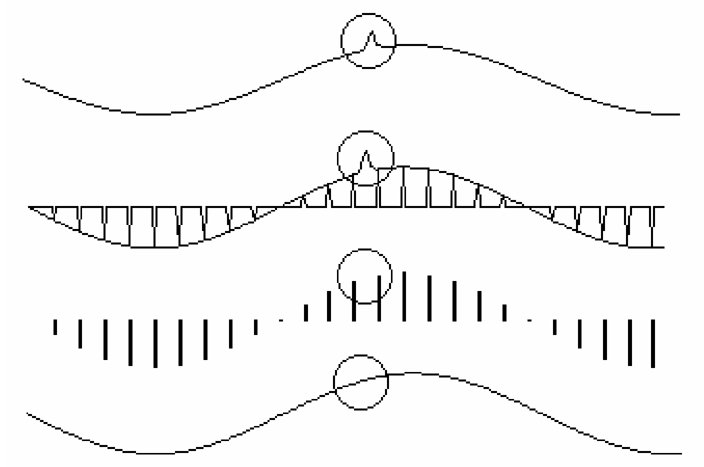
Como los alias verifican $F_k = F_o \pm kF_s \Rightarrow F_o = F_k \mp kF_s$, luego restaremos o sumaremos múltiplos de Fs a las frecuencias originales hasta que se verifique $-\frac{F_s}{2} \leq F_o \leq \frac{F_s}{2}$, esta será la frecuencia aparente obtenida tras el muestreo.

Ejercicios:

1.-Considera el muestreo de la señal $x(t) = 25\cos\left(128\pi t + \pi/2\right)$ *con t en s* muestreada a 70Hz. ¿Qué frecuencia aparente obtendremos ?

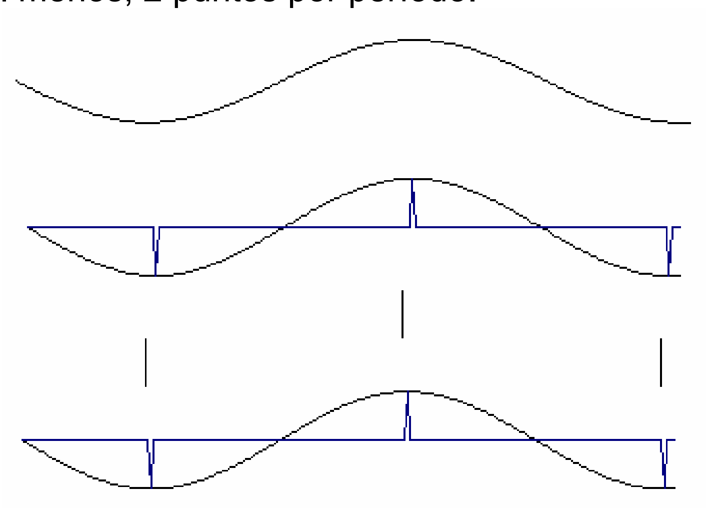
2.-La señal $x(t) = 4\cos(2\pi t)\cos(8\pi t)4\cos(12\pi t)$ *con t en ms* es muestreada con Fs=10kHz. Determina la señal $x_a(t)$ con frecuencias en el intervalo $-\frac{F_s}{2} \leq F_o \leq \frac{F_s}{2}$ que generarían la misma señal digital. Repite el ejercicio para Fs=12kHz.

ALIASING EN EL DOMINIO TEMPORAL



Extraído de: Bores signal procesing. http://www.bores.com/

Para que no se produzca aliasing la señal muestreada debe contener, al menos, 2 puntos por período.



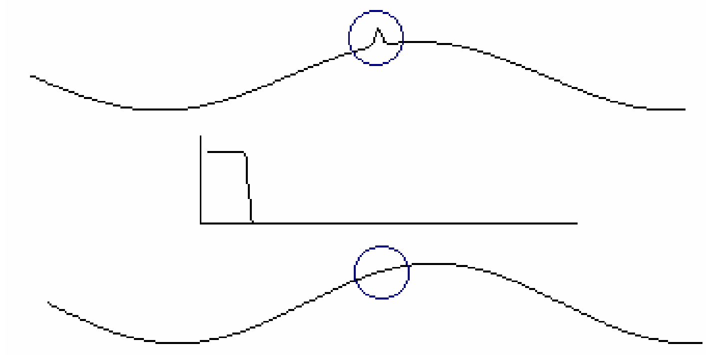
Extraído de: Bores signal procesing. http://www.bores.com/

Como consecuencia del aliasing, pueden aparecer componentes frecuenciales no presentes en la señal original.

¿PARA QUE SIRVE EL FILTRO ANTIALIASING?

Este filtro analógico atenúa, al menos unos 40 dB, las frecuencias analógicas que se encuentran fuera del intervalo $-\frac{F_s}{2} \leq F_o \leq \frac{F_s}{2}$

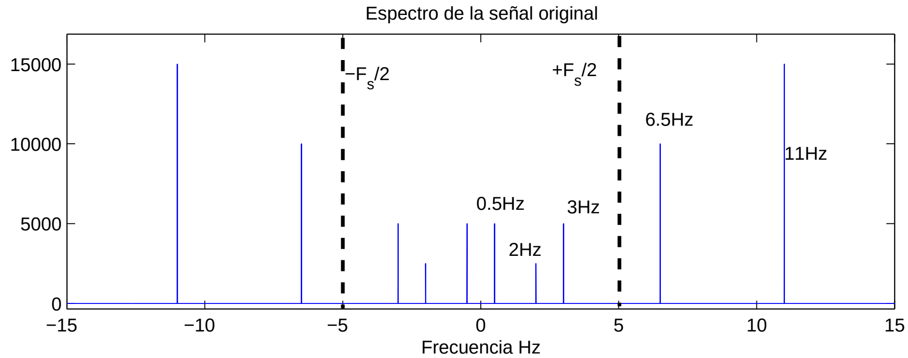
LAS ALTAS FRECUENCIAS SON ELIMINADAS AL PASAR POR EL FILTRO ANTIALIASING (SE HA LIMITADO EL ANCHO DE BANDA DE LA SEÑAL

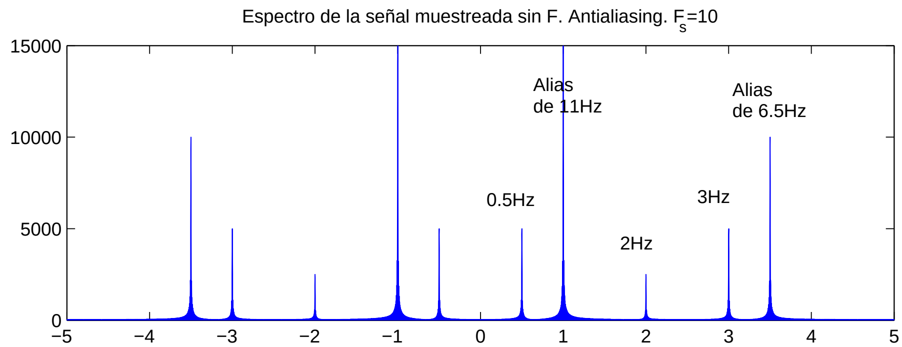


Extraído de: Bores signal procesing. http://www.bores.com/

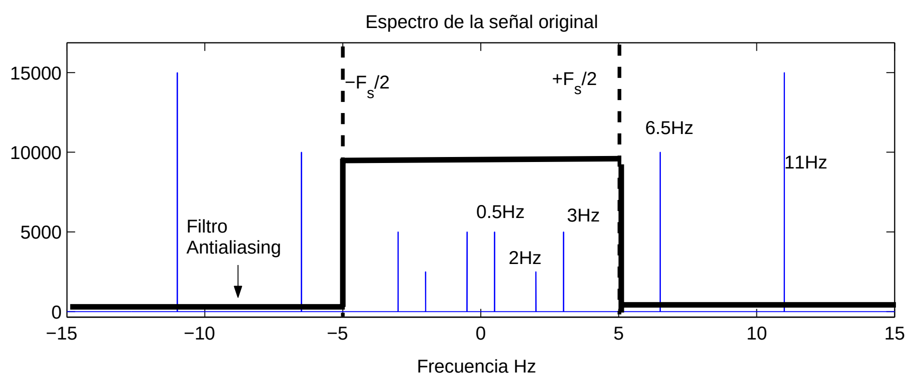
EL FILTRO ANTIALIASING ES UN FILTRO ANALÓGICO. UNA VEZ LA SEÑAL HAS SIDO MUESTREADA, "YA ES TARDE

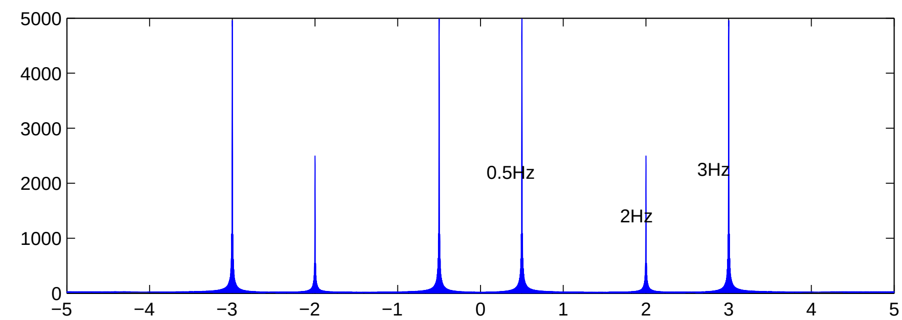
NECESIDAD DEL FILTRO ANALÓGICO ANTIALIASING



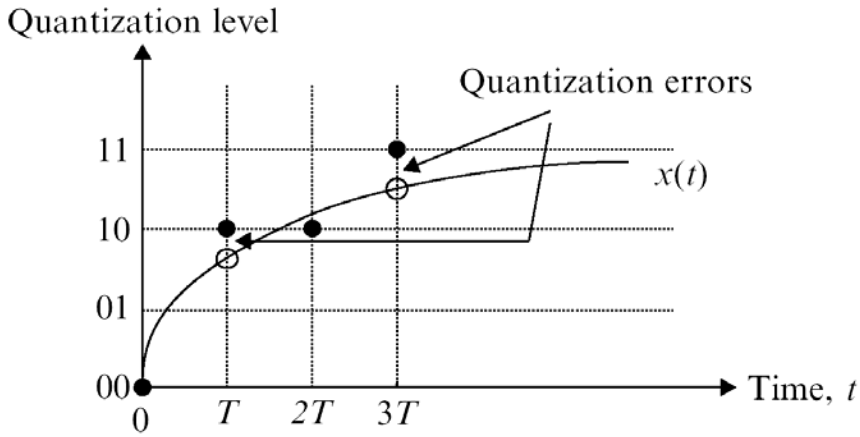


UTILIZACIÓN DEL FILTRO ANTIALIASING





1.- **Cuantificación:** es la conversión de una señal en tiempo discreto con valores continuos en una señal en tiempo discreto con valores discretos (señal digital). El valor de cada muestra se representa mediante un valor seleccionado de un conjunto finito de valores (Niveles de cuantificación).



Cuantificador unipolar de 2 bits Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra

La cuantificación es un proceso IRREVERSIBLE, no invertible, siempre se produce una pérdida de información. Lo denotaremos como:

$$x_a(n) = Q[x(n)]$$

Niveles de Cuantificación: Son los valores permitidos que puede tomar una señal discreta. (L)
Escalón de cuantificación o resolución Δ: es la distancia entre niveles de cuantificación.
Rango dinámico de una señal: Es la diferencia entre sus valores máximo y mínimo.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Conocido el rango dinámico y el número de niveles de cuantificación podemos determinar la resolución como:

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{L-1}$$

Error de cuantificación: Es la diferencia entre la señal cuantificada y la original

$$e_q(n) = x_q(n) - x(n)$$

Tipos de Cuantificación:

Redondeo: este cuantificador asigna a cada muestra el nivel de cuantificación más próximo. El error está en el intervalo

$$e_{qredondeo}(n) \in \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2} \right]$$

Truncamiento: el cuantificador asigna el nivel inmediatamente inferior. El error está en el intervalo

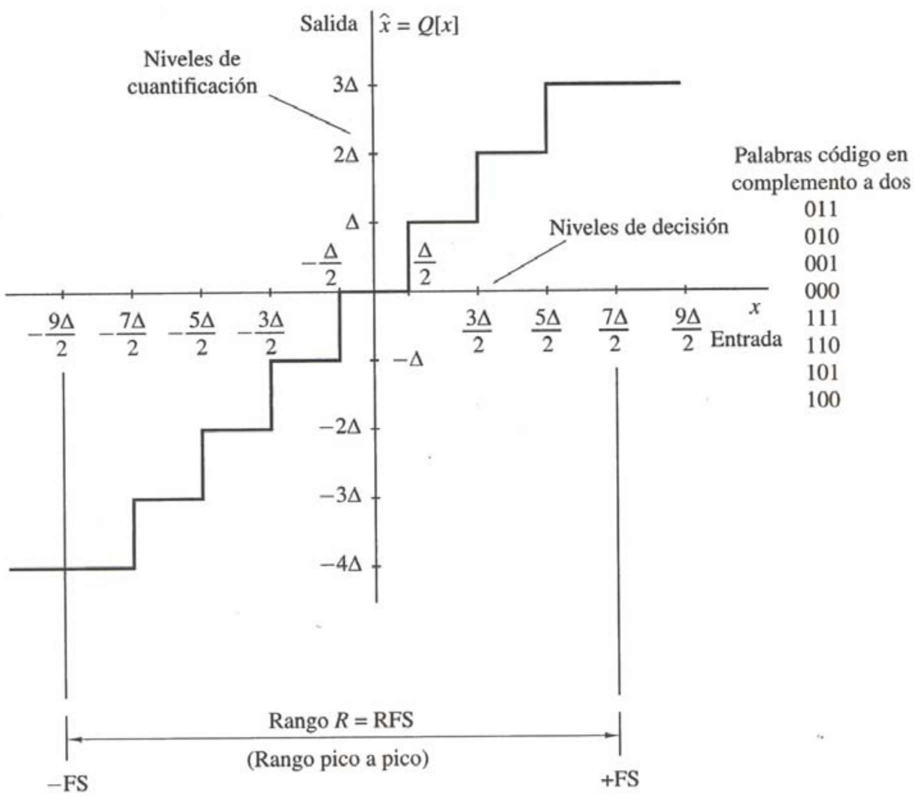
$$e_{qtruncamiento}(n) \in \left[-\Delta, 0 \right]$$

Los procesos de muestreo, cuantificación se llevan a cabo en un dispositivo Hardware denominado Converson Analógico Digital (AD) Dependiendo de que el conversor AD acepte tensiones positivas y negativas o sólo positivas hablamos de conversores BIPOLARES y UNIPOLARES respectivamente. Estos conversores tienen un rango de entrada que se denomina FSR (Full Scale Range) para los bipolares y FS(Full Scale para los Unipolares)

El número de niveles de cuantificación de un conversor AD viene determinado por el número de bits del mismo. Con b bits, tenemos 2^b niveles, luego la resolución vendrá dada por:

$$\Delta = \frac{R}{2^b - 1} \quad R: \text{rango de entrada al conversor}$$

Función de transferencia de un conversor AD Bipolar de 3 bits



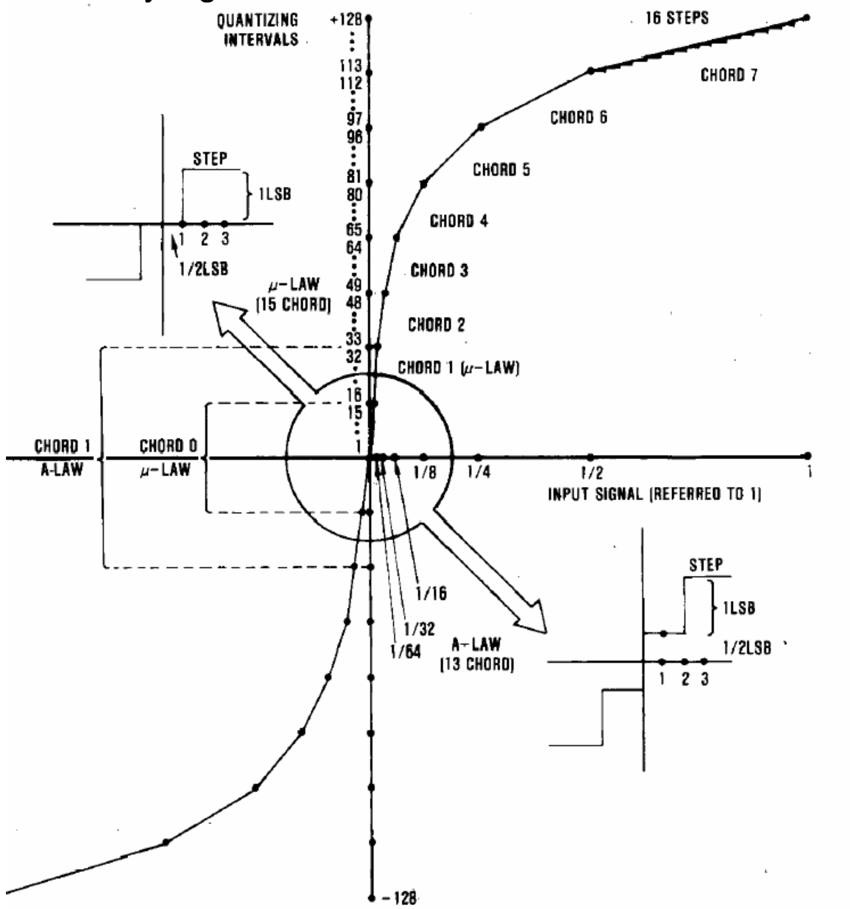
Extraído de: Tratamiento Digital de Señales. J.G. Proakis

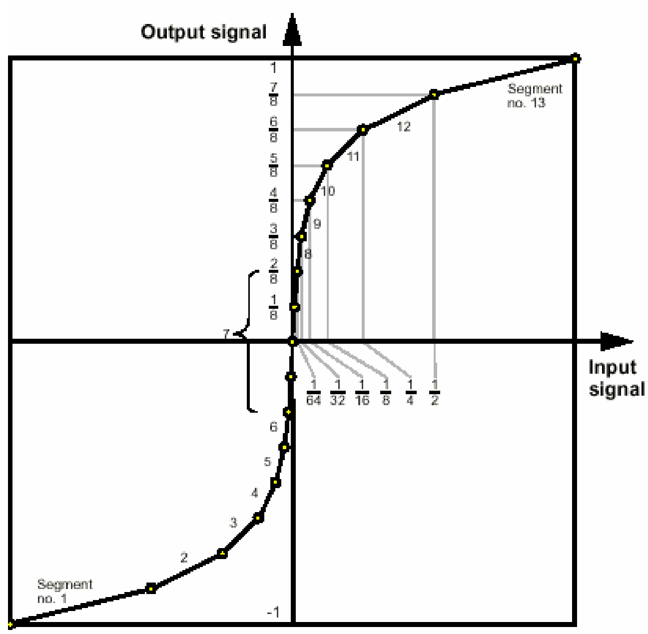
En ciertas ocasiones, como ocurre con cuantificación de señales de voz, se recurre a una cuantificación no lineal tal como se muestra en la figura siguiente. Esto permite que las señales de más baja amplitud se codifiquen cometiendo un menor error de cuantificación

¿Cómo podemos disminuir el error de cuantificación ?

Cuantificación no lineal. (A-law, μ-Law)

Se sigue una ley logarítmica.





Extraído de: Understanding PCM Coding. Intersil AN574.1

Error de Cuantificación: la cuantificación introduce un error en la señal con un valor cuadrático medio $e_{RMS} = \sqrt{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\Delta}{\sqrt{12}}$,

siendo Δ la resolución, (válido para redondeo y truncamiento).

2.-

3.- Se define la Relación señal ruido de cuantificación

4.- $$SNRQ(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{Potencia\ Señal}{Potencia\ Ruido}\right)$$

Para señales de entrada sinusoidales de amplitud A y un conversor AD de **b** bits

$$SNRQ(dB) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\frac{A^2}{2}}{\frac{\Delta^2}{12}}\right) \underset{\Delta \approx \frac{2A}{2^b}}{=} 1.76 + 6.02b$$

El decir cada bit adicional del conversor AD proporciona una mejora de la SNRQ de 6 dB (Regla de los 6 dB)

Ej: En los discos compactos la resolución es de 16 bits que proporciona una SNRQ de 96dB

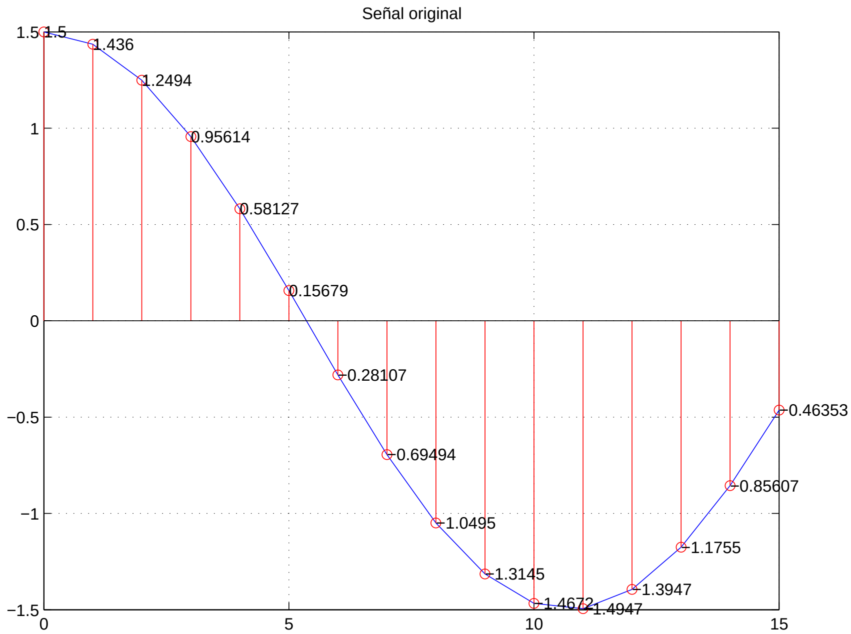
Ruido en la cuantificación:

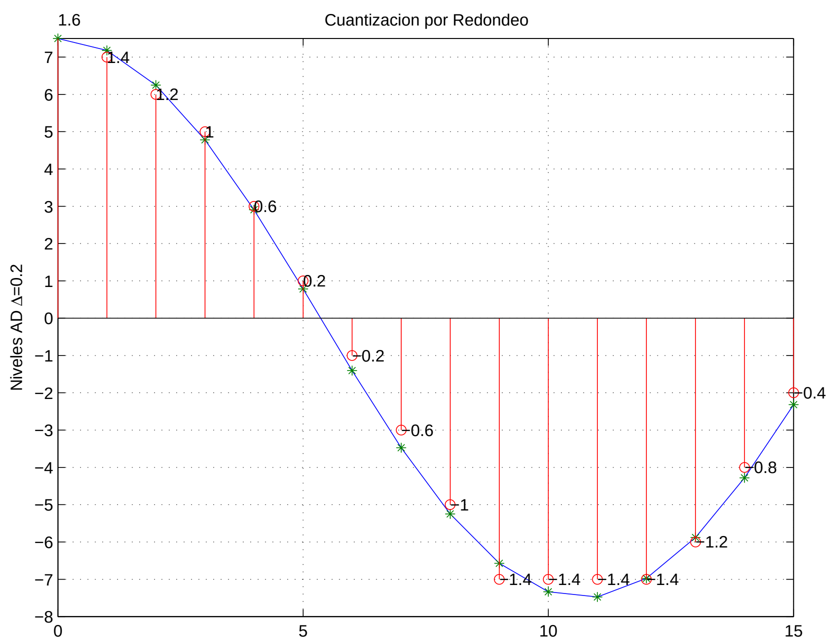
Ruido de sobrecarga: se produce cuando la señal de entrada excede el rango de entrada al conversor. Produce una gran distorsión. Se debe evitar adaptando la señal al rango de de entrada.

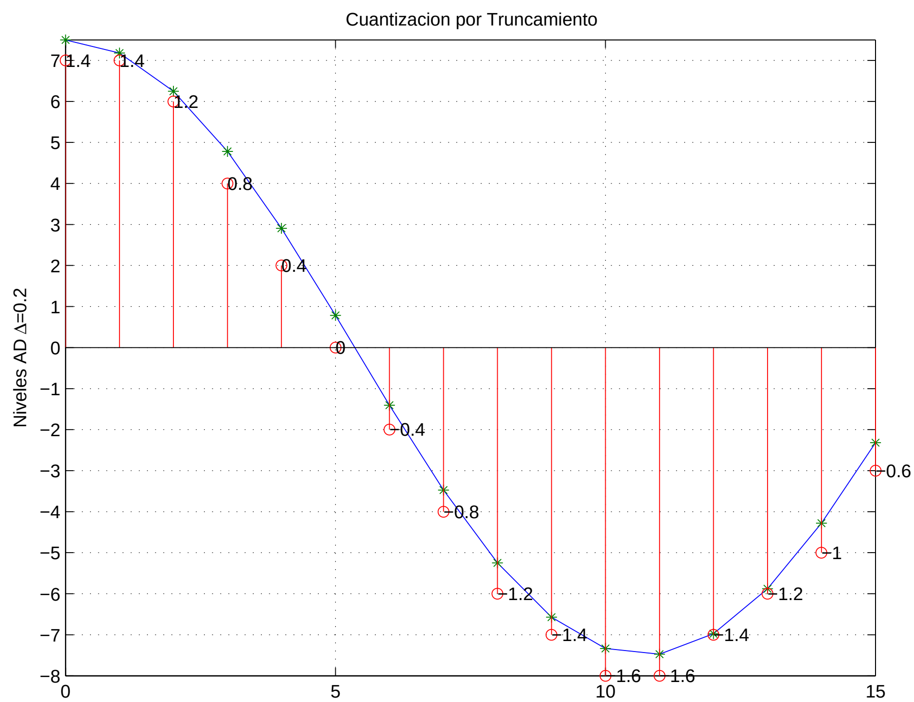
Ruido Granular: se produce al cuantificar señales de baja amplitud (en torno al escalón de cuantificación del conversor), generan una oscilación tipo onda cuadrada Para señales de audio esto no es agradable al oido. Se pude eliminar sumando ruido blanco a la señal antes de la cuantifación es el (*dither- vacilar-*).

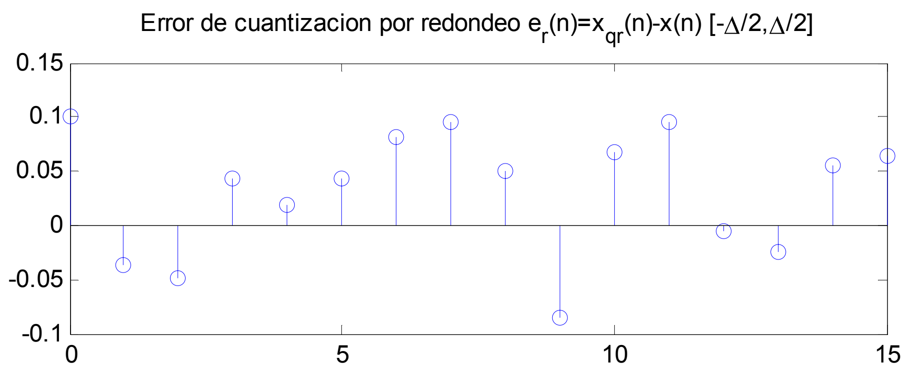
Los convertidores AD reales tienen además otros errores (linealidad, offset, ganancia etc.)

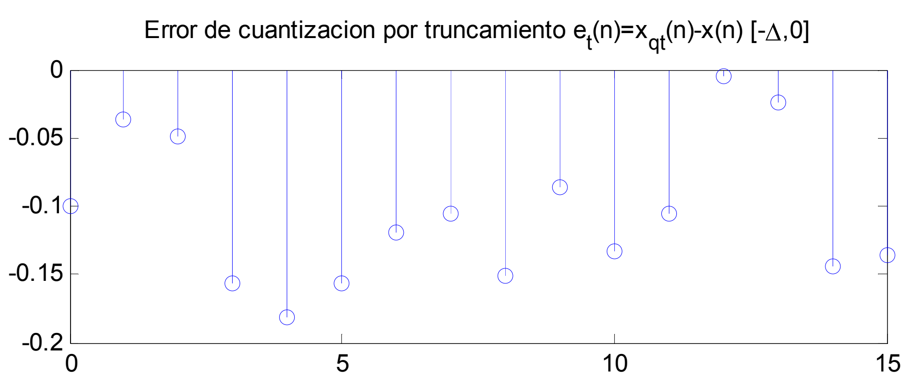
5.- Ejemplo: CUANTIFICACIÓN (AD BIPOLAR DE 4 BITS)






Cuantizacion por Truncamiento
Niveles AD Δ=0.2


Error de cuantizacion por redondeo $e_r(n)=x_{qr}(n)-x(n)$ [-Δ/2,Δ/2]


Error de cuantizacion por truncamiento $e_t(n)=x_{qt}(n)-x(n)$ [-Δ,0]

CODIFICACIÓN:

La codificación, también realizada en el conversor AD, asigna un único número binario a cada uno de los niveles del cuantificador. Con b bits tenemos un total de 2^b niveles.

Esta secuencia de bits será la que almacenemos en nuestro sistema, como representación de esa muestra.

Se define el *bit rate* o Tasa de bits, como el flujo de bits por segundo.

$$bit\_rate = b \cdot F_s \quad b: \text{número de bits}, \quad \mathrm{F_s}: \text{Frecuencia de muestreo}$$

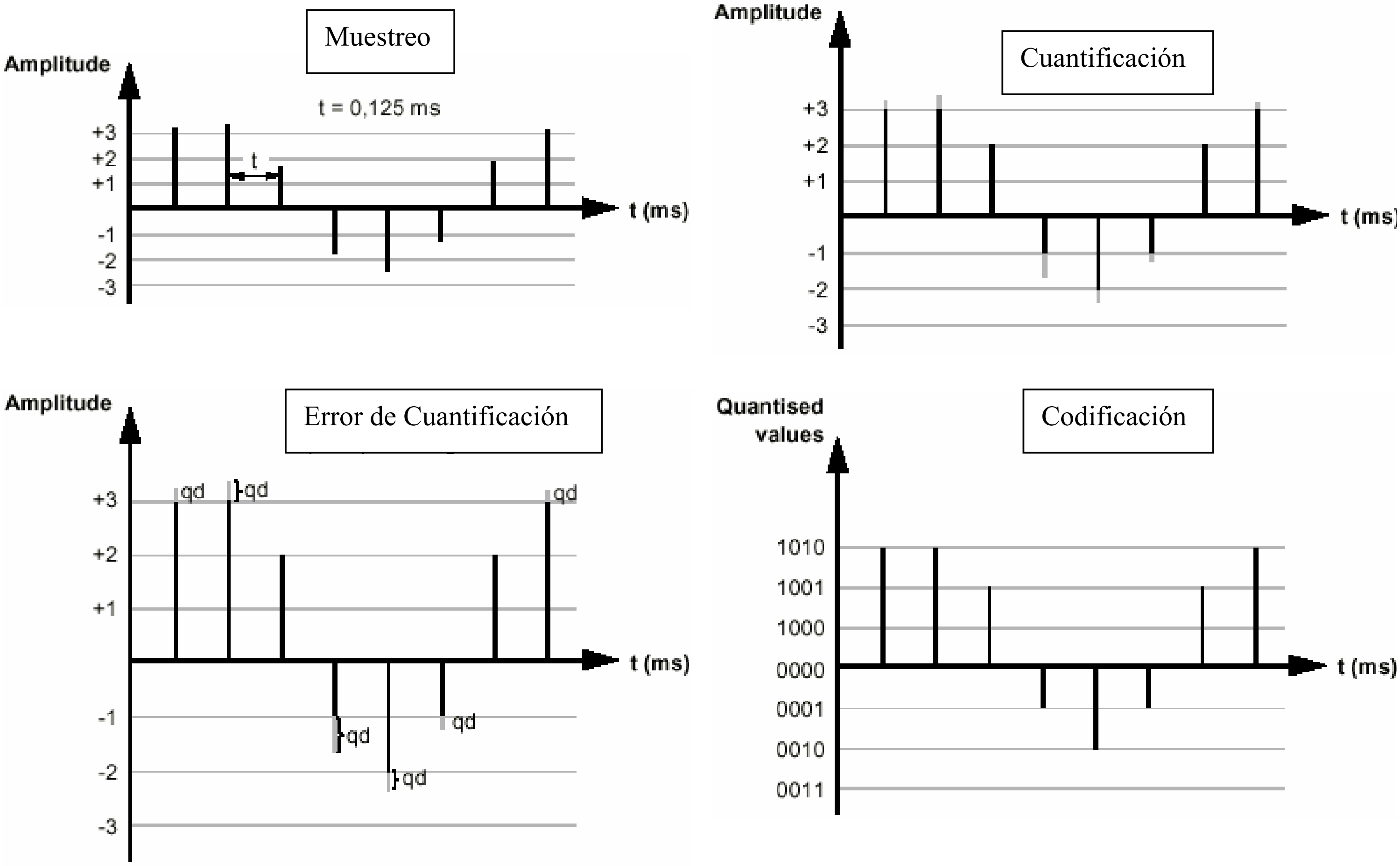
Existen diversos sistemas de codificación, algunos de ellos se muestran en la tabla siguiente.

TABLA 9.1 CODIGOS BIPOLARES COMÚNMENTE USADOS

	Fracción Decimal					
Número	Referencia Positiva	Referencia Negativa	Signo + Magnitud	Complemento a dos	Desplazamiento Binario	Complemento a uno
+7	$+\frac{7}{8}$	$-\frac{7}{8}$	0 1 1 1	0 1 1 1	1 1 1 1	0 1 1 1
+6	$+\frac{6}{8}$	$-\frac{6}{8}$	0 1 1 0	0 1 1 0	1 1 1 0	0 1 1 0
+5	$+\frac{5}{8}$	$-\frac{5}{8}$	0 1 0 1	0 1 0 1	1 1 0 1	0 1 0 1
+4	$+\frac{4}{8}$	$-\frac{4}{8}$	0 1 0 0	0 1 0 0	1 1 0 0	0 1 0 0
+3	$+\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	0 0 1 1	0 0 1 1	1 0 1 1	0 0 1 1
+2	$+\frac{2}{8}$	$-\frac{2}{8}$	0 0 1 0	0 0 1 0	1 0 1 0	0 0 1 0
+1	$+\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{8}$	0 0 0 1	0 0 0 1	1 0 0 1	0 0 0 1
0	0+	0−	0 0 0 0	0 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0
0	0−	0+	1 0 0 0	(0 0 0 0)	(1 0 0 0)	1 1 1 1
−1	$-\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{8}$	1 0 0 1	1 1 1 1	0 1 1 1	1 1 1 0
−2	$-\frac{2}{8}$	$+\frac{2}{8}$	1 0 1 0	1 1 1 0	0 1 1 0	1 1 0 1
−3	$-\frac{3}{8}$	$+\frac{3}{8}$	1 0 1 1	1 1 0 1	0 1 0 1	1 1 0 0
−4	$-\frac{4}{8}$	$+\frac{4}{8}$	1 1 0 0	1 1 0 0	0 1 0 0	1 0 1 1
−5	$-\frac{5}{8}$	$+\frac{5}{8}$	1 1 0 1	1 0 1 1	0 0 1 1	1 0 1 0
−6	$-\frac{6}{8}$	$+\frac{6}{8}$	1 1 1 0	1 0 1 0	0 0 1 0	1 0 0 1
−7	$-\frac{7}{8}$	$+\frac{7}{8}$	1 1 1 1	1 0 0 1	0 0 0 1	1 0 0 0
−8	$-\frac{8}{8}$	$+\frac{8}{8}$		(1 0 0 0)	(0 0 0 0)	

Extraído de: Tratamiento Digital de Señales. J.G. Proakis

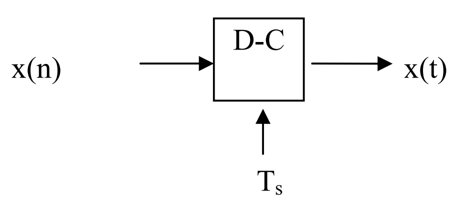
PROCESO DE CONVERSIÓN AD AL COMPLETO



Extraido de: The Scientish and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. SW Smith.

CONVERSIÓN DA: RECONSTRUCTORES

Un convertidor discreto continuo obtiene una señal continua x(t) a partir de una secuencia de datos x(n).



Convertidor Ideal:

$$x(n) = A\cos(2\pi f n + \phi) \Rightarrow\Rightarrow x(t) = A\cos(2\pi F t + \phi)$$

$$\text{ya que } f = \frac{F}{F_s}; \quad F = f \cdot F_s$$

Un convertidor DC, mediante una **función de interpolación**, determina el valor de la señal entre las muestras discretas. La interpolación se lleva a cabo mediante la expresión general

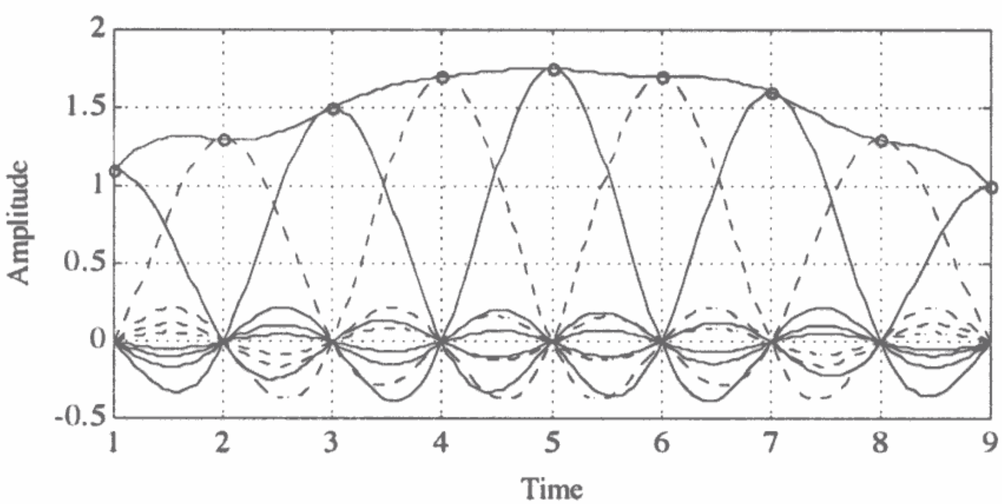
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot p(t - nT_s)$$

Es decir sumando el producto de cada una de las muestras de las señal discreta por un función de interpolación p(t) desplazada hasta colocarla sobre dicha muestra.

Clave: Elección de la función de interpolación.

El teorema de muestreo especifica que la función de interpolación ideal, que nos permite obtener la señal original exactamente es:

$$p(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}} \qquad -\infty < t < \infty$$



Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra

ESTE RECONSTRUCTOR ES IMPOSIBLE DE UTILIZAR EN LA PRACTICA SE RECURRE A INTERPOLADORES MÁS SENCILLOS.

RECONSTRUCTOR O MANTENEDOR DE ORDEN 0.

Mantiene el valor de la muestra durante un período.

$$\hat{x}(t) = x(nT),\ nT \le t \le (n+1)T$$

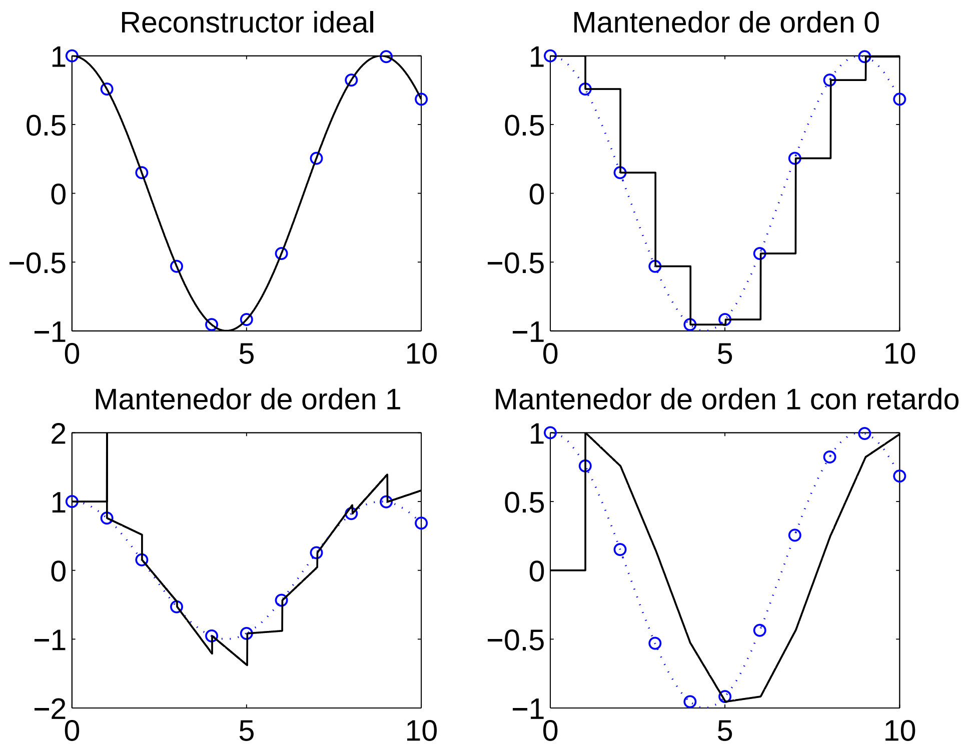
RECONSTRUCTOR O MANTENEDOR DE ORDEN 1.

$$\hat{x}(t) = x(nT) + \frac{x(nT) - x((n-1)T)}{T}(t - nT), \quad nT \le t \le (n+1)T$$

RECONSTRUCTOR O MANTENEDOR DE ORDEN 1 CON RETARDO

$$\hat{x}(t) = x((n-1)T) + \frac{x(nT) - x((n-1)T)}{T}(t - nT), \quad nT \le t \le (n+1)T$$

para t=nT $\hat{x}(t) = x((n-1)T)$ y para t=((n+1)T) $\hat{x}(t) = x(nT)$, por lo que la señal reconstruida tiene un retardo de T segundos respecto de la original



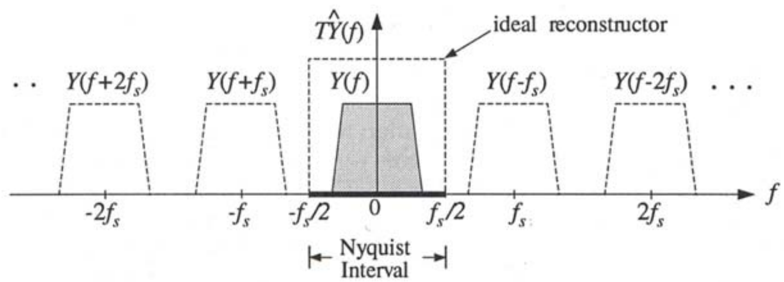
Reconstructor ideal → Imposible utilizar en la práctica.

Reconstructores reales →Generan transiciones abruptas en la señal reconstruida →Aparecen componentes de alta frecuencia → Es necesario utilizar un **filtro analógico reconstructor, de suavizado o postfilter.**

Contenidos Extra.

Veamos intuitivamente qué papel realiza el filtro reconstructor o de suavizado.

Aunque por la explicación que hemos dado del muestreo no podemos saberlo, cuando se hace un estudio detallado del mismo se obtiene como una de las conclusiones que el espectro de una señal discreta es periódico, y se repite cada múltiplo de la frecuencia de muestreo, tal como se indica en la figura siguiente.



Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra

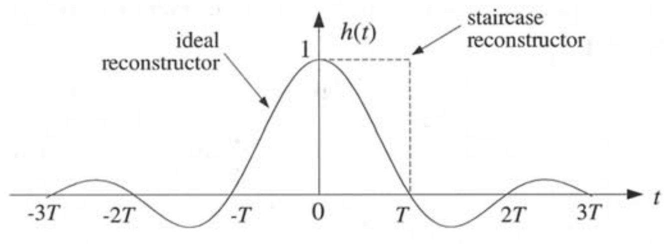
El proceso de reconstrucción analógica debe, obtener la señal analógica a partir de una señal digital cuyas frecuencias se encuentran comprendidas en el intervalo $-\frac{F_s}{2} \leq F \leq \frac{F_s}{2}$; es decir, deben eliminarse las réplicas del espectro.

Hemos de recordar aquí que la gráfica anterior es una representación en el **dominio frecuencial**. Necesitamos pues un sistema que en el **dominio frecuencial** tenga un espectro “tipo caja”, que nos permita extraer las frecuencias anteriormente citadas y eliminar las réplicas.

El dominio frecuencial y el temporal están relacionados mediante la transformada de Fourier, luego si sabemos qué forma tiene el reconstructor ideal en el dominio frecuencial podemos obtener su expresión temporal utilizando la transformada de Fourier inversa. Es aquí donde aparece la expresión del reconstructor ideal.(

$$p(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}} \qquad -\infty < t < \infty$$)

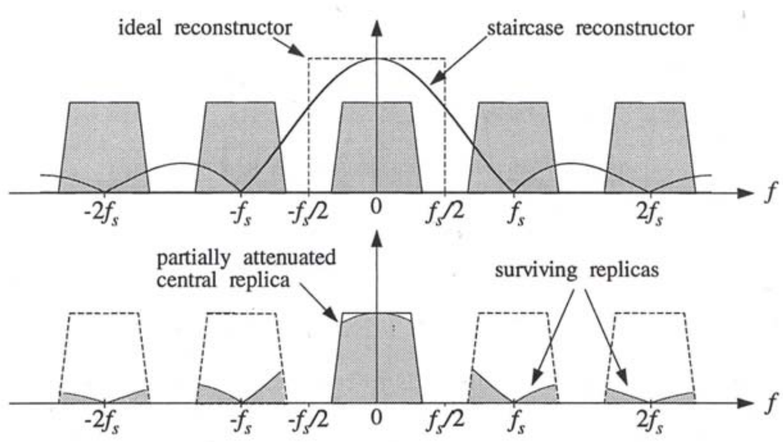
Debido a la imposibilidad de utilizar este reconstructor, lo hemos sustituido por un mantenedor de orden 0. El mantenedor de orden cero tiene forma “tipo caja” pero en el **dominio temporal**. En la siguiente gráfica mostramos la representación temporal de ambos reconstructores.



Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra

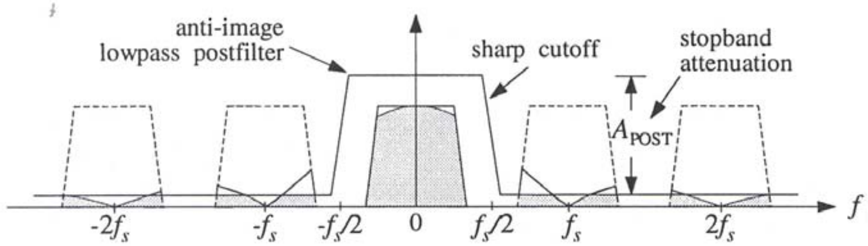
Recordemos que nuestro objetivo es eliminar las réplicas del espectro para restaurar la señal original, para ello debemos conocer el comportamiento del mantenedor de orden cero en el dominio frencuencial. Para ello calculamos su transformada de Fourier, y el resultado que obtenemos es una curva idéntica al reconstructor ideal pero en el dominio frecuencial. (Se observa la dualidad existente entre ambos dominios)

¿El interpolador de orden cero elimina las imágenes del espectro ?



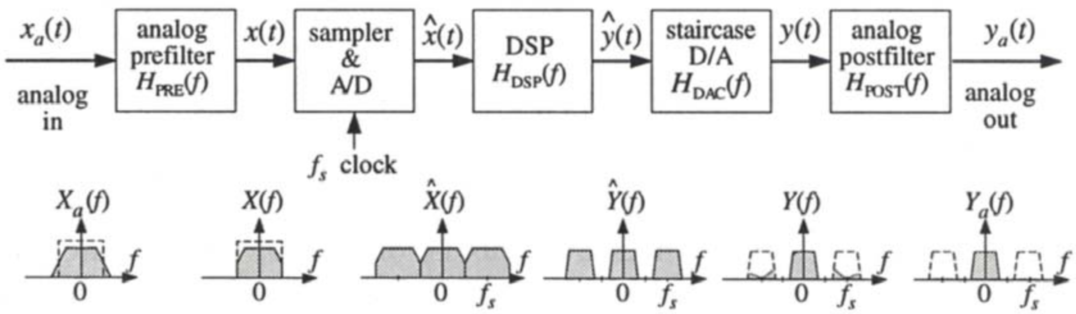
Extraído de: Digital Signal Processing. A computer-base approach. S. K, Mitra

En la gráfica observamos que el reconstructor de orden cero no elimina totalmente las réplicas del espectro, es necesario, por tanto aplicar un filtro que atenúe estas contribuciones (*Surviving replicas*), esta tarea la realiza el FILTRO DE SUAVIZADO O POSTFILTER.
En la siguiente figura se muestra cual sería la respuesta en frecuencia de este filtro para atenuar todas las frecuencias por encima de $\frac{F_s}{2}$. Al tratarse de un filtro pasa baja, el efecto observado es el de un suavizado de la señal, como citábamos anteriormente



Extraído de: Introduction to Signal Processing. S. J, Orphanidis

REVISIÓN DE UN SISTEMA COMPLETO DE PROCESADO DIGITAL DE SEÑALES



Extraído de: Introduction to Signal Processing. S. J, Orphanidis