

Filtros Digitales. Boletín 2. Filtros FIR 4º Ingeniería Electrónica. Universitat de València.

1. Diseñe un filtro FIR pasa-baja de fase lineal con frecuencia de corte en banda pasante de 1500 Hz. y anchura de banda de transición 500 Hz. El rizado en la banda pasante es $\delta_1 = 0'01$ y en la banda atenuada $\delta_2 = 0'1$. La frecuencia de muestreo es de 8kHz.
2. Se debe diseñar un filtro pasa-banda de fase lineal con las siguientes especificaciones:
 - Atenuación mínima: $0 < F < 200$ Hz de 45 dB.
 - Rizado mínimo de banda pasante: $250 < F < 450$ Hz de 0'5 dB.
 - Atenuación mínima en $550 < F < 1000$ Hz de 60 dB.
 - Frecuencia de muestreo: 2000 Hz.
3. Una aplicación de electrocardiografía necesita un filtro que realice la derivada de la señal de entrada para frecuencias comprendidas en el intervalo 0 a 25 Hz. Se desea que la atenuación para frecuencias por encima de 40 Hz. sea de 40 dB. Realice el diseño para una frecuencia de muestreo $F_1 = 250Hz$ y $F_2 = 1000Hz$. Utiliza la ventana de Kaiser. Un diferenciador ideal tiene una respuesta en frecuencia dada por:

$$H(w) = \begin{cases} jw, & |w| < w_c \\ 0, & |w| > w_c \end{cases}$$

y que se representa en la Fig. 1.

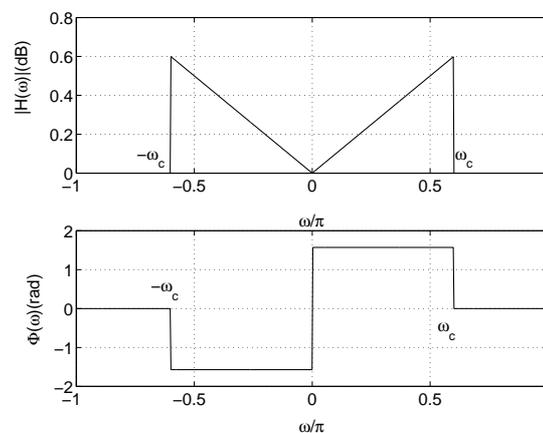


Figura 1: Respuesta en frecuencia del diferenciador ideal del ejercicio 3.

4. Utilizando una ventana de Blackman de orden 18 diseñe un filtro cuya respuesta en frecuencia venga dada por:

$$H(w) = \begin{cases} 0, & |w| < \pi/2. \\ -\cos w, & \frac{\pi}{2} < |w| < \pi \end{cases}$$

5. Un sistema se dice de fase mínima si el cambio neto de la fase en π y cero es nulo, es decir, se debe cumplir que $\Phi(\pi) - \Phi(0) = 0$. Determine si es posible tener un filtro FIR de fase lineal con fase mínima.

6. Un filtro FIR tiene por función de transferencia $H(z) = 1 - \sqrt{2}z^{-1} - z^{-2}$. Dibuje el diagrama de polos y ceros y determine si se verifica que los ceros aparecen en parejas $\{z_k, \frac{1}{z_k^*}\}$. Se pide:

- De acuerdo con el resultado anterior, ¿se tiene un filtro de fase lineal?
- Obtenga la expresión de la respuesta en frecuencia, módulo y fase para este filtro y determine el retardo de grupo. ¿Tiene el filtro fase lineal?
- Este filtro cumple la condición de antisimetría $h(0) = -h(2)$. A la vista de los resultados anteriores, ¿cree que hay alguna contradicción?

Solución:

- No tiene fase lineal.
- $\Phi(w) = -w - \arctg(\frac{2\sin w}{\sqrt{2}})$, $|H(w)| = \sqrt{2 + 4\sin^2 w} r_g(w) = 1 + \frac{1}{1 + 2\sin^2 w} \frac{2}{\sqrt{2}} \cos w$.
- El término central no es cero por eso no tiene fase lineal.

7. Considere el filtro con coeficientes complejos de función de transferencia:

$$H(z) = (1 - 0'5jz^{-1})(1 - 2jz^{-1})$$

Se pide:

- a) Analice las condiciones de simetría. ¿Piensa que se puede tratar de un filtro de fase lineal?
- b) Dibuje el diagrama de polos y verifique si los ceros aparecen como pares recíprocos conjugados.
- c) Obtenga la respuesta en frecuencia en módulo y fase y calcule el retardo de grupo.
- d) Repita los puntos (b) y (c) considerando:

$$H(z) = 1 - 2'5jz^{-1} + z^{-2}$$

- e) ¿Puede derivar alguna regla para saber si un filtro con número de términos impar y coeficientes complejos va a tener fase lineal?

8. Considere un filtro FIR real con todos sus ceros sobre la circunferencia unidad. Pruebe que este filtro se puede poner la forma

$$H(z) = h(0)(1 + z^{-1})^{M_1}(1 - z^{-1})^{M_2} \prod_{k=1}^{M_3} (1 - 2\cos\theta_k z^{-1} + z^{-2})$$

donde M_1 es el número de ceros en $z = -1$, M_2 es el número de ceros en $z = 1$ y M_3 es el número de pares de ceros complejos conjugados.

Determine cuál es el orden de este filtro y justifique que si un filtro FIR tiene sus ceros sobre la circunferencia unidad es de fase lineal.

9. Los cuatro tipos de filtros FIR de fase lineal se diferencian en la presencia de ceros en $z = \pm 1$.

- a) Determinar una condición que deben verificar los coeficientes de la respuesta impulsional $h(n)$ de un filtro para que el filtro tenga ceros en $z = 1$ ó $z = -1$.
- b) A partir de la regla obtenida en (a) determine si los cuatro tipos de filtros FIR tendrán ceros en estas posiciones.
- c) Las cuatro primeras muestras de un filtro FIR de fase lineal son $h(0) = 2'1$, $h(1) = 0'57$, $h(2) = -1$, $h(3) = \sqrt{2}$. Diseñe filtros FIR de fase lineal de mínimo orden cuyos primeras muestras sean las que se indican y dibuje su respuesta en frecuencia empleando MATLAB.

Nota: Para la realización de algunos de estos ejercicios es necesario utilizar Matlab. Verifique con Matlab, cuando sea posible, que se cumplen las especificaciones del filtro