

Filtros Digitales. Boletín 5. Efectos de Longitud Finita 4º Ingeniería Electrónica. Universitat de València.

1. Expresar $5/8$, $9/16$, $-5/8$ y $-9/16$ en formato de signo-magnitud, complemento a uno y complemento a dos.

Solución:

- a) $\frac{5}{8} = 0,1010$
b) $\frac{9}{16} = 0,1001$

Formato de signo y magnitud. $\left. \frac{-5}{8} \right|_{SM} = 1,1010$; $\left. \frac{-9}{16} \right|_{SM} = 1,1001$

Formato de complemento uno. $\left. \frac{-5}{8} \right|_{C1} = 1,0101$; $\left. \frac{-9}{16} \right|_{C1} = 1,0110$

Formato de complemento a dos. $\left. \frac{-5}{8} \right|_{C2} = 1,0110$; $\left. \frac{-9}{16} \right|_{C2} = 1,0111$

2. Expresar el número $105'676$ en formato binario:

- a) Con $(A = 4, B = 6)$.
b) Con $(A = 8, B = 2)$.
c) Con $(A = 2, B = 8)$.
d) Con $(A = 8, B = 8)$.

La cuantificación se debe realizar por truncamiento. Además debe hallarse en cada caso el error de cuantificación. **Nota:** A Es el número de bits utilizado para representar la parte entera, incluido el signo. B Es el número de bits utilizado para representar la parte fraccional.

Solución:

- a) El número está fuera del rango representable.
b) $Q_{A=8, B=2}(105'676) = 001101001,10$
c) El número está fuera del rango representable.
d) $Q_{A=8, B=8}(105'676) = 01101001,10101101$

3. Determinar el efecto que la cuantificación de los coeficientes de la función de transferencia

$$H(z) = \frac{4}{(1 + 0'97z^{-1})(1 + 0'98z^{-1})(1 + 0'99z^{-1})}$$

tiene sobre los polos del sistema. La representación de los coeficientes debe realizarse con una longitud de palabra de 8 bits por redondeo.

Solución:

$$H(z) \simeq \frac{4}{(1 + 0'9375z^{-1})(1 + z^{-1})^2}$$

4. Calcular analíticamente la perturbación Δp_i de los polos del sistema digital dado por la función de transferencia propuesta en el ejercicio 3, siendo Q_7 (Representación fraccional con 7 bit significativos más uno de signo) la representación de los coeficientes.

Solución:

$$\begin{aligned} p'_1 &= p_1 + \Delta p_1 = -0'97 - 0'0366 = -1'0066 \\ p'_2 &= p_2 + \Delta p_2 = -0'98 + 0'0425 = -0'9375 \\ p'_3 &= p_3 + \Delta p_3 = -0'99 - 0'0066 = -0'9965. \end{aligned} \tag{1}$$

5. Un filtro de fase lineal de orden 32 se realiza de forma directa utilizando una longitud de palabra de 10 bits (9 bits más uno adicional para el signo). Si se pretende aumentar el orden de filtro para hacer más abruptas ciertas transiciones, ¿cuántos bits se necesitan para mantener la misma varianza del error con orden 128 y 256?

Solución: 11 y 12 bits, respectivamente.

6. Se pretende realizar en forma directa un filtro FIR de fase lineal con una varianza del error de cuantización de las operaciones producto de $\sigma_E^2 < 10^{-9}$.

- a) Si el orden del filtro FIR en cuestión es $M = 32$. ¿Qué longitud de palabra debemos requerir?
- b) ¿Hasta qué orden podremos extender la realización de forma directa de manera que se cumpla la condición respecto de la varianza del error? Supongamos disponibilidad de un DSP de 16 bits de longitud de palabra.

Solución:

- a) 16 bits
- b) $M = 51$

7. Determine la expresión para la varianza del ruido de redondeo a la salida del sistema mostrado en la Fig. 1. (No se realiza escalado previo)

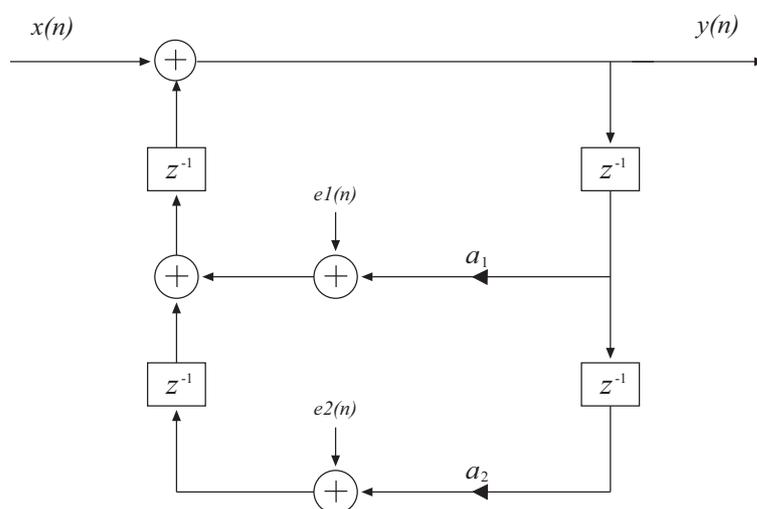


Figura 1: Sistema propuesto en el ejercicio 7. Modelado del error de redondeo en cada producto.

Solución:

$$\sigma^2 = \sigma_e^2 \cdot 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n), \tag{2}$$

8. Determine la varianza del ruido de redondeo en la salida de las dos realizaciones en cascada $H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$ y $H(z) = H_2(z) \cdot H_1(z)$ que se indican en la Fig. 2 siendo

$$H_1(z) = \frac{1}{1 - 0'2z^{-1}}, H_2(z) = \frac{1}{1 - 0'75z^{-1}}.$$

(No se realiza escalado previo)

Solución:

$$\sigma_1^2 = 5'5067\sigma_e^2, \tag{3}$$

$$\sigma_2^2 = 4'2626\sigma_e^2.$$

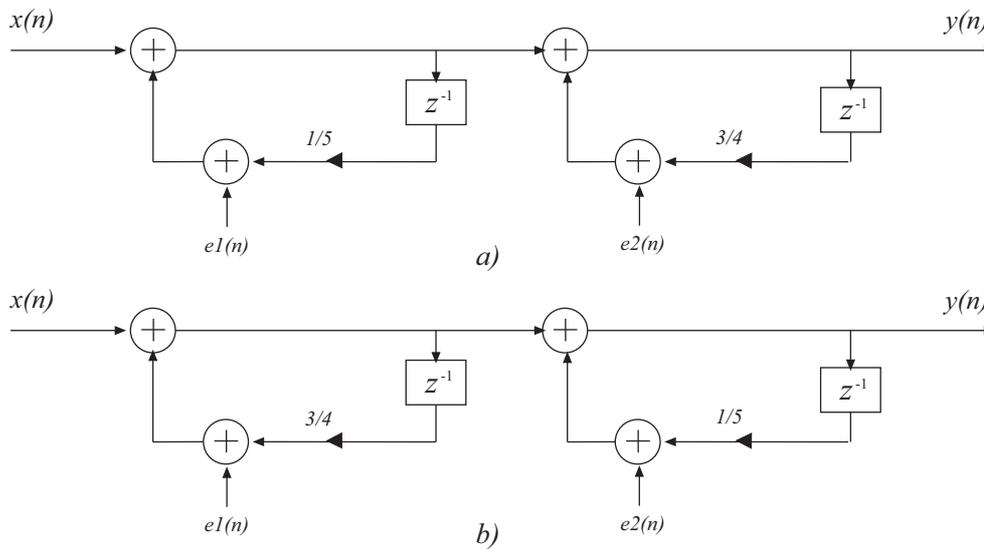


Figura 2: Posibles realizaciones en cascada.

9. Dibuje la forma directa I y II para el filtro pasa alta de función de transferencia

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 0,9z^{-1}}$$

- a) Pruebe que la forma directa I satisface que $\|F\|_p \approx 1$ para todo p por lo que no es necesario el escalado.
- b) Determine los factores de escalado L_2 y L_∞ para la forma directa II.
- c) Calcule la varianza de ruido a la salida debido a la cuantización de las operaciones producto para la forma directa I y II

10. El siguiente filtro debe ser realizado con un escalado L_∞ , y se desea que la varianza del ruido de redondeo σ_e^2 sea mínima.

$$H(z) = \frac{N_1(z)N_2(z)N_3(z)}{D_1(z)D_2(z)D_3(z)}$$

siendo

$$N_1(z) = 1 + z^{-1}$$

$$N_2(z) = 1 + z^{-2}$$

$$N_3(z) = 1 - 0,7z^{-1} + z^{-2}$$

$$D_1(z) = 1 - 1,2z^{-1} + 0,7z^{-2}$$

$$D_2(z) = 1 - z^{-1} + 0,9z^{-2}$$

$$D_3(z) = 1 - 0,7z^{-1}$$

- a) Dibuje el diagrama de polos y ceros del sistema.
- b) Determine el agrupamiento de ceros y polos más adecuado para que el ruido se minimice.
- c) Indique qué ordenación utilizaría para su implementación